Eigenaktivität im Unterricht erforschen[1]

(ein Beispiel zur Einführung der Schriftlichen Multiplikation)

von Frank Rothe und Antje Wienke-Kratschmer

erschienen in

„Sache - Wort – Zahl“,
Heft 105, Oktober 2009, 37. Jahrgang; Aulis Verlag

„Lehrerrundbrief“
Nr. 93; Rund der Freien Waldorfschulen e. V.

Vorbemerkung

Die Einführung der schriftlichen Mulitplikation folgt in dem Artikel der eher ungewohnten „Multiplikation von Links“.

Dies hat seinen Grund. Die Mathematik soll handlungsorientiert ansetzen an der tatsächlichen kindlichen Erfahrungswelt. Hier ist der Anlass zum Multiplizieren die Vervielfachung von Dingen.

Ein Beispiel: Ein Kind sieht drei Eier. Die drei Eier sind (in einer Reihe) in einer 6er Eierschachtel. Dabei entsteht der Rechenanlass: Wie viele Eier passen insgesamt in die Schachtel. Das Kind sieht das es verdoppelt muss – vorausgesetzt es hat den Begriff der Multiplikation bereits gebildet und subtrahiert nicht. Die Aktivität (=Handlung) des Kindes ist die Verdopplung. Die Neurobiologie und die Mathematikdidaktik setzen an den Anfang des kindlichen Mathematisierens immer die Handlung – also 2 mal...

2 mal 3 Eier sind 6 Eier
(Multiplikator mal Multiplikand = Produkt)

Die „Mulitplikation von links“ berücksichtig ebenso als Ausgangspunkt die Aktivität wie auch im weiteren die kindliche Erfahrungswelt, indem der Multiplikand Gegenständlich gedacht werden kann)

In einem zeitlich späteren Schritt kann die „Multiplkation von Links“ erweitert werden um den dann neuen Schwerpunkt der „Multiplikation von Rechts“. Hierzu liegen auch praktische Unterrichtserfahrungen vor, die knapp in den folgenden Ergänzungen zusammengefasst sind.

Wenn Ihnen die „Multiplikation von Rechts“ viel mehr liegt, können Sie die in dem Artikel entwickelte Einführung aber auch auf die „Multiplikation von Rechts“ direkt umsetzen.

Das zentrale Anliegen dieser „Einführung in die schriftlichen Multiplikation“ ist die Durchführung des Abstraktionsprozesses von der anschaulichen Verrechnung gleicher Stellenwerte hin zum abgekürzten automatisierten Algorithmus.

Mit diesem zentralen Anliegen können Sie auch die in der Multiplikation enthalte Subtraktion sowohl im „Ergänzungsverfahren“ als auch im „Subtraktionsverfahren“ variieren.

Eigenaktivität im Unterricht erforschen[2]

(ein Beispiel zur Einführung der Schriftlichen Multiplikation)

von Frank Rothe und Antje Wienke-Kratschmer

Motive und Methoden

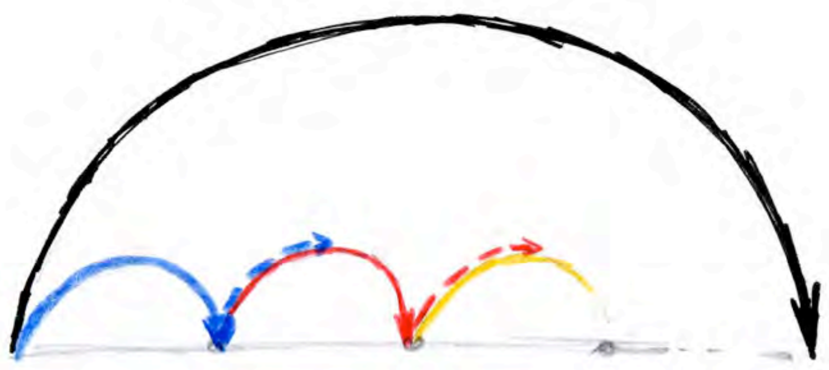
„Lernen ist immer Eigenaktivität des Lernenden“[3] . Sie umfasst sowohl Aktivität im Sinne von (Sensu-)Motorik als auch die gedanklich - vorstellende Tätigkeit. Das „Eigen-„ in der Eigenaktivität bezieht sich auf den Bereich der Selbst-Bestimmung und der Selbst-Kontrolle der Aktivitäten.

Wie können wir als LehrerInnen den (Mathematik-)Unterricht so gestalten, dass er ein hohes Maß an Eigen - Aktivität der Lernenden ermöglicht? Am Beispiel zur Einführung der schriftlichen Multiplikation untersuchten wir die konkreten Fragen:

1. Wie können wir durch eine spezielle Einführung das **individuelle Verständnis** für den schriftlichen Rechenalgorithmus fördern und
2. Wie können durch differenzierte Übungsanteile **persönlichen Lernwege und Eigenaktivität** angeregt werden, welche den jeweiligen Lernfähigkeiten und (mathematischen) Begabungen gerecht werden?

Zur Umsetzung waren folgende Methoden geplant:

1. den Rechenalgorithmus des schriftlichen Multiplizieren allmählich aus dem Kopfrechnen heraus zu entwickeln
2. die Einführung in so kleine Verständnisschritte zu unterteilen, dass die einen SchülerInnen diese gut erfassen können, während sich die schnelleren SchülerInnen schon bald mit dem „nächsten Verständnis-Schritt“ beschäftigen *können* (Prinzip des nächsten Schrittes[4])



3. In den Übungszeiten sollten differenzierte Übungen angeboten werden, welche für die langsameren SchülerInnen durch Wiederholung eine Verarbeitung des aktuellen Lernschrittes ermöglichen. Für die schnelleren SchülerInnen hingegen

sollten variierende Übungen[5] bereit stehen. Bei diesen ging es um Variationen in der fachlichen Komplexität der Aufgaben oder um kleine Forschungsfragen, welche bereits auf den nächsten (Lern-)Schritt zielten.

4. Durch Zulassen verschiedenen Schreibweisen, die ebenso spezielle Verständnisstufen wie unterschiedliche Handlungsneigungen ausdrücken, können die SchülerInnen ihren Lernprozess mitgestalten.

Spezielle Einführung der Schriftlichen Multiplikation

Wiederholung & Vorbereitung

Die Wiederholung und die vorbereitenden Rechnungen[6] finden im Kopfrechen- und im schriftlichen Übungsteil statt. Zeitumfang: ca. 1 Woche Hauptunterricht.

- gründliches Wiederholen des kleinen 1x1
- zur Vertiefung z.T. das große 1x1 mit (11, 12, 15, 13, 14,...)
- kleines 1x1 mit Zehnerzahlen $3 \cdot 4 \;\rightarrow\; 3 \cdot 40$ oder $2 \cdot 12 \;\rightarrow\; 20 \cdot 12$
- kleines 1x1 mit Hunderterzahlen $3 \cdot 2 \;\rightarrow\; 3 \cdot 200$ oder $7 \cdot 3 \;\rightarrow\; 700 \cdot 3$
- Wiederholen der schriftlichen Addition

Erster Lernschritt - Multiplizieren im Kopf rechnen und Verschriftlichen

Darum geht es:

Beim Kopfrechnen: $2 \cdot 43 = ?$ Wie viel sind $2 \cdot 43 = ?$ Ja, 86! Wie hast du gerechnet? Es gibt zwei Wege $2 \cdot 40 + 2 \cdot 3$ oder $2 \cdot 3 + 2 \cdot 40$

Wir schreiben beide Rechenwege an die Tafel:

$2 \cdot 43 = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 40 = 6 + 80 = 86$

$2 \cdot 43 = 2 \cdot 40 + 2 \cdot 6 = 80 + 6 = 86$

Und dann kürzer:

$2 \cdot 43 = 6 + 80 = 86$

$2 \cdot 43 = 80 + 6 = 86$

Noch ein Beispiel:

$3 \cdot 123 = 9 + 60 + 300 = 369$

$3 \cdot 123 = 300 + 60 + 9 = 369$

<table>
<tr><th colspan="5">Übungsteil[7]</th></tr>
<tr><th colspan="2">Aktueller Lernschritt:</th><th colspan="3">Nächster Lernschritt:</th></tr>
<tr><td colspan="2">„Durch das Notieren werden für mich Aufgaben möglich zu rechnen, die mir ansonsten zu lang (nicht zu schwer – aber zu lang) wären.“ Schreibweise trainieren; gezieltes aufgreifen und beachten der (Dezimal-)Stellenwerte; wiederholende Tätigkeit führt zu sicherem Verständnis (keine Aufgaben mit Zehnerübertrag)</td><td colspan="3">* Sobald das Grund - Verständnis da ist: automatisieren der Tätigkeit;
* danach: „Je länger die Zahlen werden, desto besser muss ich beim addieren aufpassen“ und...
* Wie kann ich das leichter, übersichtlicher addieren? Wie kann ich die Rechnung leichter übersichtlicher machen? (Ökonomisieren der Tätigkeit)</td></tr>
<tr><th colspan="2">Wiederholende Übungen</th><th colspan="3">Variierende Übungen</th></tr>
<tr><td>$2 \cdot 24$
$4 \cdot 12$
$3 \cdot 32$</td><td>$2 \cdot 132$
$3 \cdot 321$
$4 \cdot 211$</td><td>$20 \cdot 24$
$40 \cdot 12$
$30 \cdot 32$</td><td>$2 \cdot 1234$
$3 \cdot 1312$
$2 \cdot 12231$
*$40 \cdot 212112$
*$40 \cdot 213112$</td><td>Wie kann ich das leichter addieren?</td></tr>
</table>

Zweiter Lernschritt - Vereinfachen der schriftlichen Schreiweise (untereinander schreiben)

Darum geht es:

Wie kann ich die Rechnungen leichter oder übersichtlicher addieren? Wie kann ich das leichter oder übersichtlicher notieren? Idee: Wir schreiben es untereinander! Und achten dabei besonders auf die Stellenwerte.

$$
\begin{array}{cccc}
 & & Z & E \\
2 & \bullet & 4 & 3 \\
\hline
 & & & 6 \\
+ & & 8 & 0 \\
\hline
 & & 8 & 6
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{ccccc}
 & & H & Z & E \\
3 & \bullet & 1 & 2 & 3 \\
\hline
 & & & & 9 \\
 & & & 6 & 0 \\
 & & 3 & 0 & 0 \\
\hline
 & & 3 & 6 & 9
\end{array}
$$

Übungsteil	
Aktueller Lernschritt:	**Nächster Lernschritt:**
Üben der „untereinander stehenden Schreibweise; mit Farben für die entsprechenden Stellenwerte;	Beobachtung: die letzte Ziffer bei jeder Zahl, in jeder Zeile taucht auch wieder genau so im Ergebnis auf. Wie könnte man die Rechnung (direkt) kürzer schreiben, Schreibarbeit ersparen? Zuerst auch wieder mit Farben schreiben!
Wiederholende Übungen	**Variierende Übungen**

$2 \cdot 43$ $4 \cdot 12$ $3 \cdot 31$	$2 \cdot 432$ $3 \cdot 312$ $4 \cdot 121$	$20 \cdot 43$ $40 \cdot 12$ $30 \cdot 31$	$2 \cdot 1243$ $3 \cdot 132$ $2 \cdot 21213$ $2 \cdot 312142$ $*4 \cdot 1120211$	Wie könnte ich die Aufgaben kürzer schreiben?

Didaktisch Anmerkung:

1. Für die Formulierung ist **wichtig**:„2 mal 40 ist 80“. Nicht 2 mal 4 ist 8 wobei 4 für 40 gedacht wäre. Die Ziffern werden immer unter Berücksichtigung ihrer Stellenwerte benannt[8] – was dem Kopfrechnen entspricht. Das rechtsbündige Notieren der Zahlen kennen die SchülerInnen vom schriftlichen Addieren.
2. Die Multiplikation unterteilt sich in die beiden Faktoren 2 und 43. 2 ist der vervielfachende Faktor (Multiplikator), 43 der zu vervielfachende Faktor (Multiplikand). 2 ist der aktive Teil in der Rechnung[9][10].
3. An der Tafel wurden jeweils die gleichen Stellenwerte (samt dem Stellenwertzeichen darüber) in einer Farbe notiert d.h. z.B. in der ersten Aufgabe: alle Einer in Rot (E, 6, 0, 6) und alle Zehner in Blau (Z, 4, ..., 8, 8)
4. Am Anfang wurde auch das + Zeichen für die schriftliche Addition mit geschrieben. Sobald die Addition an dieser Stelle klar war, wurde „+“ wieder weggelassen.

Dritter Lernschritt - einzeilige Schreibweise

Darum geht es:

„ die letzte Ziffer bei jeder Zahl, in jeder Zeile taucht auch wieder genau so im Ergebnis auf. Wie könnte man die Rechnung (direkt) kürzer schreiben, Schreibarbeit ersparen?“... Dann schreiben wir sie doch direkt hin...

$$\begin{array}{cccc} & & Z & E \\ 2 & \bullet & 4 & 3 \\ \hline & & & 6 \\ & & 8 & 0 \\ \hline & & 8 & 6 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{cccc} & & Z & E \\ 2 & \bullet & 4 & 3 \\ \hline & & 8 & 6 \end{array}$$

...heißt 80

$$\begin{array}{ccccc} & & H & Z & E \\ 3 & \bullet & 1 & 2 & 3 \\ \hline & & & & 9 \\ & & & 6 & 0 \\ & & 3 & 0 & 0 \\ \hline & & 3 & 6 & 9 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{ccccc} & & H & Z & E \\ 3 & \bullet & 1 & 2 & 3 \\ \hline & & 3 & 6 & 9 \end{array}$$

...heißt 300

Übungsteil	
Aktueller Lernschritt:	**Nächster Lernschritt:**
trainieren der einzeiligen Schreibweise (zunächst) mit Farben	Zehnerüberschreitung... $\begin{array}{cccc} 3 & \bullet & 2 & 3 \\ \hline & & 6 & 9 \end{array}$ Und nun? $\begin{array}{cccc} 3 & \bullet & 2 & 4 \\ \hline & & ? & ? \end{array}$

Wiederholende Übungen → **Variierende Übungen**

Rechne lang oder schon einzeilig:

$2 \cdot 23$	$2 \cdot 123$	$4 \cdot 1212$	$14 \cdot 1212$	$3 \cdot 23$
$3 \cdot 31$	$3 \cdot 312$	$2 \cdot 2342$	$12 \cdot 2342$	$3 \cdot 24$
$4 \cdot 22$	$4 \cdot 121$	$3 \cdot 2113$	$13 \cdot 2113$	
	$2 \cdot 342$	$2 \cdot 3421$	$12 \cdot 3421$	
	$3 \cdot 333$	$4 \cdot 2122$	$14 \cdot 2122$	

Vierter Lernschritt - Zehnerüberschreitung

Darum geht es:

Bisher... $\begin{array}{cccc} 3 & \bullet & 2 & 3 \\ \hline & & 6 & 9 \end{array}$ Das ist klar. Und bei der nächsten Aufgabe? Zur Not können wir es ja immer so schreiben wie zuvor. Dann ist es zwar nicht mehr in einer Zeile, aber es ist sicher

richtig... $\begin{array}{cccc} 3 & \bullet & 2 & 4 \\ \hline & & 1 & 2 \\ & & 6 & 0 \\ \hline & & 7 & 2 \end{array}$ Oder... $\begin{array}{cccc} 3 & \bullet & 2 & 7 \\ \hline & & 2 & 1 \\ & & 6 & 0 \\ \hline & & 8 & 1 \end{array}$ (Rückgriff auf das ursprüngliche System (=Kopfrechnen) von dem man abstrahiert hatte)

Übungsteil

Aktueller Lernschritt:	**Nächster Lernschritt:**
üben von elementare Aufgaben mit Zehnerüberschreitung	lange Aufgaben, es gibt viel zu schreiben... mühsam, kürzer schreiben... doch wieder in einer Zeile... hast du eine Idee Nimm ein einfaches Beispiel

Wiederholende Übungen **Variierende Übungen**

$5 \cdot 13$	$5 \cdot 71$	$4 \cdot 124$	$63 \cdot 23$	Versuche es in einer Zeile:
$7 \cdot 12$	$4 \cdot 52$	$5 \cdot 131$	$73 \cdot 24$	$4 \cdot 32$
$3 \cdot 26$	$6 \cdot 32$	$6 \cdot 211$	$83 \cdot 27$	Und diese Aufgaben auch:
$2 \cdot 38$	$8 \cdot 81$	$8 \cdot 312$	$24 \cdot 342$	$4 \cdot 23$
$3 \cdot 29$	$3 \cdot 77$	$4 \cdot 736$	$36 \cdot 2122$	$4 \cdot 53$

Fünfter Lernschritt - einzeilige Schreibweise mit Zehnerübertrag

Darum geht es:

Statt...

$$\begin{array}{cccc} 3 & \bullet & 2 & 4 \\ \hline & & 1 & 2 \\ & & 6 & 0 \\ \hline & & 7 & 2 \end{array}$$

jetzt wieder in einer Zeile....

$$\begin{array}{cccc} 3 & \bullet & 2 & 4 \\ \hline & & 7_1 & 2 \end{array}$$

oder auch (und 1 gemerkt in der Hand) [11]

$$\begin{array}{cccc} 3 & \bullet & 2 & 4 \\ \hline & & 7 & 2 \end{array}$$

Übungsteil	
Aktueller Lernschritt:	**Nächster Lernschritt:**
Üben, Sicherheit in der einzeiligen Schreibweise mit Zehnerübertrag bei elementaren Aufgaben wie 2*39	längere Aufgaben (zweistellige Multiplikatoren) mit Zehnerübertrag

Wiederholende Übungen			**Variierende Übungen**
Rechne lang oder schon einzeilig:	$4 \cdot 72$	$4 \cdot 123$	$4 \cdot 72$
$5 \cdot 14$	$5 \cdot 61$	$5 \cdot 121$	$40 \cdot 72$
$8 \cdot 12$	$6 \cdot 18$	$6 \cdot 311$	$14 \cdot 72$
$3 \cdot 24$	$8 \cdot 71$	$8 \cdot 321$	$41 \cdot 72$
	$3 \cdot 89$	$4 \cdot 7436$	*$43 \cdot 627$

Sechster Lernschritt - längere Aufgaben (zweistellige Multiplikatoren) mit Zehnerübertrag

Darum geht es:

$$\begin{array}{r} 13 \cdot 27 \\ \hline 21 \\ 60 \\ 70 \\ 200 \\ \hline 351 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 13 \cdot 27 \\ \hline 81 \\ 270 \\ \hline 351 \end{array}$$

Übungsteil	
Aktueller Lernschritt:	**Nächster Lernschritt:**
Üben, Sicherheit bei „längere Aufgaben (zweistellige Multiplikatoren) mit Zehnerübertrag“	Steigerung mit komplexeren/längeren Zahlen

Wiederholende Übungen			**Variierende Übungen**
Rechne lang oder schon einzeilig:			
14 · 28	14 · 72	64 · 23	74 · 726
13 · 24	15 · 63	57 · 42	82 · 972
12 · 43	26 · 28	64 · 73	14 · 7323
	28 · 53	23 · 321	41 · 7322
	23 · 89	34 · 743	63 · 62745

Rückblick und Ausblick

Bei dieser Einführung der Multiplikation lernen die SchülerInnen mehrere Schreibweisen kennen. Diese spiegelten den jeweils aktuelle Lernschritt (=Verständnisschritt) wieder. Manche Schreibweisen sind viel aufwendiger und schreibintensiver als andere. Jedoch kann man ersteren noch stärker ansehen, wie sich der Rechengang entwickelte. Die Schüler schreiten bei diesen unterschiedlichen Schreibweisen unterschiedlich schnell voran. Während die einen die „untereinander schreibende" ausführliche Schreibweise (s. Zweiter Lernschritt) – evt. sogar noch mit Farben – beibehalten, sind andere schon längst zur nächsten Vereinfachung und Abstraktion vorangeschritten. Dieses zu ermöglichen war ja auch erklärtes Ziel. Am Ende der Epoche waren die Kinder allerdings so mit den mathematischen Zusammenhängen vertraut, dass alle SchülerInnen die einzeilige Schreibweise mit Zehnerübergang beherrschten.

Wie erhofft gestalteten sich die persönlichen Lernwege der SchülerInnen sehr vielfältig. Die „Methode des nächsten Schrittes" ermöglichte den Schülerinnen stets kleine Forschungsaufträge, welche wie selbstverständlich aufgegriffen wurden. Die Differenzierung der Übungen in wiederholende und variierende bot ihnen zusätzliche Möglichkeiten ihrem aktuellen Lernstand entsprechend rechnerisch aktiv zu werden.

Hat also diese Spezielle Form (Entwickeln aus dem Kopfrechnen und nach der Methode des nächsten Schrittes) der Einführung wirklich ein gutes Verständnis für den Rechenalgorithmus der schriftlichen Multiplikation entwickelt? Unsere Erfahrungen sagen: Ja! Zu beobachten war dies im Unterricht und zwar sowohl bei lernschwächeren als auch bei begabten SchülerInnen. Als „Highlight" für uns erlebten wir im darauf folgenden Schuljahr (bei einer Wiederholung) anschließend an die Aufgabe $28 \cdot 2$ (früher $2 \cdot 28$) die Schülerbemerkung: „Müssen wird das Selbe jetzt noch mal rechnen!" Wohlgemerkt, hier handelte es sich nicht um eine abstrakter Erkenntnis des Kommutativgesetzes sondern das offensichtliche „Durchführen Können der Rechnung" in dieser vertauschten Situation, was überhaupt keine Selbstverständlichkeit ist. Das Verständnis für die Bedeutung der Stellenwerte beim Multiplizieren war tief verankert[12].

Frank Rothe, Antje Wienke-Kratschmer, Salzburg

Anmerkungen:

[1] Die vorliegende Arbeit ist entstanden als Praxisforschungsprojekt an Rudolf-Steiner-Schule Salzburg. Es wurde begleitet von Herrn Michael Harslem und finanziell unterstützt durch die SAGst. Vielen Dank gebührt den Salzburger KollegInnen, welche durch ihre Fragen und Anregungen in den Besprechungen immer neue Facetten der Arbeit beleuchteten. Vielen Dank!

Anmerkungen:

[2] Die vorliegende Arbeit ist entstanden als Praxisforschungsprojekt an Rudolf-Steiner-Schule Salzburg. Es wurde begleitet von Herrn Michael Harslem und finanziell unterstützt durch die SAGst. Vielen Dank gebührt den Salzburger KollegInnen, welche durch ihre Fragen und Anregungen in den Besprechungen immer neue Facetten der Arbeit beleuchteten. Vielen Dank!

[3] vgl. Stadelmann, W.: Lernen aus Sicht der Neuropsychologie, im Internet http://www.zkm.ch/Referat_ZKM_ELK.ppt Zugriff am 06.10.2008

[4] vgl. auch Büchter, A.: Mathematikaufgaben selbst entwickeln; S. 102 „Vorwegnehmende Platzierung im Unterricht“

[5] Die Unterscheidung von wiederholenden und variierenden Übungen erhält eine besondere Facette, wenn man sie unter dem Aspekt der 7 Lernstufen nach Van Houten betrachtet.

[6] vgl. Klein, W.: Mit allen Sinnen Rechnen, S. V 4

[7] Beachten Sie bitte: die konkreten Übungsaufgaben sollen Ihnen eine ersten Eindruck von den Möglichkeiten der Aufgabenstellungen vermitteln. Ihnen und Ihren SchülerInnen fallen sicherlich passendere und noch interessantere Aufgaben ein!

[8] Klein betont dies besonders (vgl. Klein, W.: Mit allen Sinnen Rechnen, S. V 6)

[9] Für ausführliche Überlegungen hierzu vgl. Klein, W.: Mit allen Sinnen Rechnen, S. I 11 ff

[10] Indem die schriftliche Multiplikation aus dem Kopfrechnen entwickelt wird, wird sozusagen von links nach rechts malgenommen. Dabei ist zumeist die linke Zahl die kleinere. Sehr häufig wird in den Schulbüchern aber anderes herum malgenommen d.h. nicht $2 \cdot 43$ sondern $43 \cdot 2$. Hierzu ist zweierlei anzumerken.
Die Erfahrung zeigt, dass die SchülerInnen durch die hier beschriebene spezielle Art der Einführung ein sehr tiefes Verständnis der mathematischen Zusammenhänge entwickeln. Wenn später –z.B. in der nächsten Klasse – der Wunsch oder die Notwendigkeit besteht, die Multiplikation lieber von recht nach links auszuführen, fällt den SchülerInnen diese Umstellung leicht.
Oftmals kennen die Eltern nur die Multiplikation von rechts nach links. Wenn die Eltern ihren Kindern daheim mit diesem Rechenweg (=malnehmen von rechts nach links) helfen und die

Kinder so gut zurecht kommen, sollten sie diesen Weg ruhig beibehalten dürfen. Es ist ihr persönlicher Lernweg (vgl. 4. Methode). Aber dieser Weg sollte nicht „für alle Schüler gemeinsam an der Tafel" besprochen werden. Hierdurch würden die Lernschwächeren Schüler verunsichert. In einer kleinen Gruppe von konkret betroffenen SchülerInnen den anderen Weg zu besprechen, ist ebenso fachlich interessant wie didaktisch angemessen.

[11] Es kommt dem mathematischen Gedächtnis neurologisch betrachtet entgegen, Zwischenschritte zu notieren oder sich in einer „Bewegung" – wie hier „in der Hand" – zu merken. Ist Sicherheit erreicht – sprich: ist der Vorgang verinnerlicht -, so kann weiter abgekürzt werden. Vorher nicht!

[12] Der hier dargestellte Weg ist gedacht als **Einführung** der Schriftlichen Multiplikation. Er muss nicht die Endfassung sein. Die SchülerInnen zeigten bei jedem Lernschritt ein gutes Verständnis und entwickelten beim Üben eine zunehmende Automatisierung und selbstverständliche Suche nach Vereinfachung. Eine solide Ausgangsbasis für spätere abstraktere, effizientere Beschreibungen des Rechenalgorithmus!