

""Gleichungen K' | wuc o gphcuwpi

""""- Ausgabe B -

""""(ZweiPLUS für den Mathematikunterricht)

Gleichungen I

F. Rothe

Rothe, Frank:

„*Gleichungen I*“, - Ausgabe B -,
(*ZweiPLUS für den Mathematikunterricht*),

BNR: 165152

Gleichungslehre für Anfänger, unter besonderer Berücksichtigung der
Begabungen und der individuellen Lernpotenziale der SchülerInnen

3. komplett überarbeitete und erweiterte Neuauflage

Alle Rechte vorbehalten!

© 2012 Frank Rothe, Salzburg, im Selbstverlag

Homepage: www.calculemus.at

Für die Bilder konnten trotz sorgfältiger Recherche nicht alle
Urheberrechte endgültig geklärt werden. Wir bitten ggf. um
Information. Es wird das branchenübliche Engelt gezahlt.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	2		
Übungen	3	PLUS – Aufgaben	22
Der Lehrling:			
Vom Zahlenrätsel zur Gleichung	3	PLUS zum Knobeln	22
Übungen 1	3	PLUS 01	22
Übungen 2	4	PLUS 02.....	23
Übungen 3	5	PLUS 03.....	24
Übungen 4	6		
Ergänzung: Wiederholungsübungen (1-4).....	7		
Der Geselle:		PLUS zum Abwägen	25
Gleichungen mit Überschuss lösen!	8	PLUS 04.....	25
Übungen 5	8	PLUS 05.....	26
Übungen 6	9	PLUS 06.....	27
Übungen 7	10		
Übungen 8 (Überschuss & Umformen).....	11	PLUS zum Anwenden	28
Der Meister:		PLUS 07.....	28
Das systematischen Umformen von		PLUS 08.....	29
Gleichungen	12	PLUS 09.....	30
Übungen 9	12		
Übungen 10	13	Weitere Übungen	31
Übungen 11	14	Lösungen zu den Übungen	33
Übungen 12	15	Lösungen zu den Weiteren Übungen	35
Übungen 13 (Gesamtwiederholung) ...	16	Mathematische Fachausdrücke	36
Kontrolliere dich selber -		"Rückgängig machen!"	36
Gleichungen I	17	"Umformen".....	37
		"Überschüsse"	38
Tipps zu den Übungen	18	PLUS - Symbole	40

Vorwort

„Gleichungen I“ ist ein Projekt zur Einführung in die Gleichungslehre.

Die Zahlenrätsel zu Beginn bilden die Kernidee der Gleichungen. Das Lösen mit Überschüssen ist etwas für Denker und Denkerinnen. Die Meisterschaft zeigt sich am Ende beim systematischen Umformen der Gleichungen.

Ich denke mir eine Zahl ...
Wenn ich zu ihrem Zweifachen
7 addiere, bekomme ich 13.

$$\begin{array}{rcl} 2x + 7 & = & 13 \\ 2x & = & 6 \\ x & = & 3 \end{array}$$

Du wirst dir mathematischen Fähigkeiten *im Verstehen, Lösen und Entwickeln von Gleichungen* erwerben.

Bei den „**Übungen**“ hast du richtig viel zu rechnen. Jedes Arbeitsblatt ist einem eigenen Themenaspekt gewidmet. Insgesamt werden die Aufgaben auf jeder Seite zunehmend vielfältiger - und schwerer. Auf jeder Seite findest du grundlegende und * Stern-Aufgaben. Die PLUS-Aufgaben stehen weiter hinten.

1. Ein Beispiel mit vielen wichtigen Grundaufgaben

2. Löse immer dieses Zahlenrätsel

3. * Stern – Aufgaben werden schwerer und anspruchsvoller ...

... die grauen Kreise sind Tipps zum Nachschauen!

„PLUS-Aufgaben“ sind anders ...

The collage shows various pages from the workbook, including:

- Exercise 8 with linear equations and their solutions.
- A page with a grid and a puzzle.
- A page with a picture of a scissor and a question about its handles.
- A page with a picture of a pig and a question about its weight.

Die „**Lösungen zu den Übungen**“ findest du hinten im Buch. Allerdings nicht zu den spannendsten Aufgaben...

„Gleichungen I“ gibt es in zwei Ausgaben:

- Ausgabe B - Schülerausgabe (mit Lösungen zu den Übungen)
- Ausgabe C - Lehrerausgabe (Übungen mit. Lösungen und methodisch-didaktische Hinweise zum Unterricht)

Wenn du Fehler findest, Anregungen oder Fragen hast, wende dich bitte an mich:

Frank Rothe, email: frank.rothe@utanet.at
Samstr. 49 B, A-5023 Salzburg homepage: www.calculemus.at

Langer Rede kurzer Sinn...

...und nun viel Spaß und Erfolg mit „Gleichungen I“

Frank Rothe

Produktbeschreibung – Gleichungen I

Welche Hintergründe und Grundlagen hat GL I?

- **langjährigen Unterrichtspraxis** als Mathematiklehrer an der Rudolf-Steiner-Schule Salzburg (Waldorfschule, Gesamtschule)
- **ECHA-Ausbildung** (postgraduierte Ausbildung zur Förderung hochbegabter Kinder – Universität Nijmegen)
- daraus entstanden ist das **ZweiPLUS-Modell** als Grundlage für GL I
- „GL I“ sind ausgearbeitete und praxiserprobte Materialien als Unterrichtsprojekt zur **alternativen Einführung in die Anfänge die Gleichungslehre** nach ZweiPLUS
- Dabei wird gleichermaßen das unmittelbare **mathematische Handwerkszeug** zum Lösen von Gleichungen vermittelt wie ein **verstehender Umgang** mit Textgleichungen geschult. Beides zusammen führt zur **Handlungskompetenz**.
- Der Wechsel zwischen dem Formulieren und Verstehen von Zahlenrätseln einerseits und dem rechnerischen Lösen der entsprechenden Gleichung andererseits fördert gezielt die **Fähigkeit des Modellierens**, das wechselweise In-Beziehung-Setzen von rechnerischen Ergebnissen (als Innenwelt) und bedeutungsvollen Außenwelt (in Gestalt des sinn-vollen Zusammenhanges der Zahlenrätsel).

Was ist ZweiPLUS?

- eine Form des **differenzierten Unterrichtes** (=> „Zwei“) mit **Begabungsförderung** als selbstverständlichem, integralem Bestandteil (=> „PLUS“)
- Stütz- und Interessenprojekte sind Elemente der **individuellen Förderung**.
- Begabungsförderung soll nahtlos übergehen in Begabtenförderung.
- vgl. Anhang 1 und Anhang 2

Worin liegt die besondere Didaktik dieses ZweiPLUS-Projektes?

- Sie gründet in der Überzeugung J. Deweys, dass ein verständnisvolles Anwenden nur erfolgen kann, wenn bereits das Erlernen von Verständnis geprägt.
- Als Mittel der praktischen Umsetzung des zuvor genannten dient Ch. Wittmanns Betonung eines für die SchülerInnen sinn-erfüllten bzw. sinn-vollen (Lern- und Anwendungs-) Zusammenhangs.
- Die Theorie der Darstellungsebenen nach J. Bruner bildet das zentrale lernpsychologische und didaktische Kriterium für die Abfolge und Stationen bei dieser Art der Gleichungseinführung.

Wie läuft der Unterricht mit ZweiPLUS ab?

- **knapp Grundlagen** schaffen (max. 30 – 50% der Unterrichtsstunde); fachliche Grundsicherheit; wesentliche Inhalte, geringe Komplexitätsstufe als Ausgangsbasis
- **umfassende Schüleraktivitäten** (mind. 50 – 70% der Unterrichtsstunde)
 - a) arbeiten an mathematischen Inhalten (fachliche Basics & Standards) – differenziert in zwei Gruppen mit fließenden Niveauübergängen (=> Differenzierung der Aufgaben nach „Grundlegend und Erweiternd“, steigende Komplexitätsstufen der Standards)
 - b) **UND** arbeiten an Aufgaben mit vermehrter Berücksichtigung der individuellen Begabungen und anspruchsvoller Lernaspekte, wie sie sich insbesondere in den Handlungsdimensionen der Standards ausdrücken (=> PLUS)
 - c) **Zusätzliche** Tipps fördern den (Lern-)Flow auf gehobenen Niveau (EW).
- Möglichkeit des Arbeitens mit einer Ressourcenecke
- Möglichkeit von Stütz- und Interessensprojekten
- vgl. Anhang 1 und Anhang 2

Welche Erfahrungen gibt es mit ZweiPLUS?

- Das Schaffen von wichtigen **fachlicher Grundlagen am Anfang** ist eine geeignete Ausgangssituation für den Unterricht mit leistungsheterogenen Klassen (Gesamtschule, Neue Mittelschule)
- Die Schüler **wählen ihre Niveaugruppe** – entsprechend der selbst ein geschätzten Fähigkeiten – selber (Selbstständig/-reguliertes Lernen) => keine Unter- bzw. Überforderung steigendes Niveau ermöglicht **auf jeder Übungsstufe etwas neues zu lernen** (Operatives Lernen)
- Während der Übungszeiten praktizieren die SchülerInnen natürlicher Weise das **Ich-Du-Wir Kommunikationsmodell** des „Dialogischen Lernen“
- Die ausgedehnte Übungszeit ermöglicht den LehrerInnen für die einen SchülerInnen **gezielte Hilfestellungen** vorzugeben und gleichzeitig bei andere SchülerInnen die Rolle einer **LernbegleiterIn** einzunehmen

Welches sind die Stärken von Gleichungen I - ZweiPLUS?

- Ein „Komplett-Angebot“ zur Einführung in die Anfänge der Gleichungslehre mit maximaler Realisierung instruktionaler Unterstützung (Differenzierung) in der individuellen Übungsphase.
- Die Bruner'sche Theorie der Darstellungsebenen ermöglicht ein differenziertes Vorgehen während der (Kennen-)Lernphase.
- Besonders für Berufsanfänger oder LehrerInnen die ihren Unterricht auf Differenzierung umstellen möchten.

Welche Probleme gibt es mit Gleichungen I – ZweiPLUS?

- **Missverständnis 1:** „Alle Schüler müssen alle Übungen rechnen. Es gibt keine Aufgabendifferenzierung.“ Antwort: von jeder Übung/Seite ist ca. die 1. Hälfte Grundlegend, die 2. Hälfte Erweiternd. Die Sternchen sind ein Vorschlag für die LehrerInnen. Ansonsten sollen sie gezielt mit Blick auf seine konkrete Klasse die Aufgabengruppen festlegen. Die Lernspuren (s. Anhang 2) verdeutlichen das Prinzip der Aufgabendifferenzierung.
- **Missverständnis 2:** „Im 1. Unterrichtsabschnitt wird eine Aufgabe ausführlich erklärt, im 2. Unterrichtsabschnitt sind dann ganz viele gleiche Aufgaben zu lösen.“ Antwort: Im 1. Unterrichtsabschnitt wird ein neuer Lernschritt nur so weit kennengelernt, dass die Handlungsanweisungen für den 2. Unterrichtsabschnitt klar sind. Einige SchülerInnen brauchen nun mehr wiederholende Übungen (GL), um eine grundlegende Handlungskompetenz zu erreichen, andere SchülerInnen suchen direkt variierende komplexere Übungen (EW), um so ihren Fähigkeiten gerecht zu werden.
- **Missverständnis 3:** „GRUNDLEGENDE und ERWEITERND sind einfach nur zwei verschiedene Aufgabenniveaus, so wie man sie eh schon kennt.“ Antwort: Natürlich sind GRUNDLEGENDE und ERWEITERND zwei unterschiedliche Aufgabeniveaus. Sie sind so gestaltet:
 - a) Jede Aufgabengruppe ist in sich steigend angeordnet.
 - b) Das Ende der ersten Aufgabengruppe (GRUNDLEGENDE) schließt an den Anfang der zweiten Aufgabengruppe (ERWEITERND) anDadurch entsteht ein „Aufgabenkontinuum“, welches sich in den vielfältigeren Aufgaben bei PLUS – auch mit deren anspruchsvollen Lernaspekten - noch steigert.
- **Missverständnis 4:** „Gleichungen I besteht ja nur aus Aufgaben.“ Antwort: „Gleichungen I – Ausg. B ist die Schülerausgabe und ist tatsächlich als Aufgabensammlung (im Sinne von ZweiPLUS) konzipiert. Zu dem Schülerband gibt es einen Lehrerband, der ausführlich das didaktische Konzept darlegt. Schülerband und Lehrerband gemeinsam bilden das „Gleichungen I – ZweiPLUS – Konzept. Es ist allerdings im Zusammenhang mit der „Aufnahme in den Anhang der Schulbuchliste“ nur von der Schülerausgabe die Rede, da Lehrerbände prinzipiell nicht in den Anhang aufgenommen werden können.

Anhang 2

ORGANISATION UND SELBSTORGANISATION VON LEHREN UND LERNEN IM ZWEIPLUS-KONZEPT

	Zeitplanung (für jede Stunde) in Minuten je UE (%)	Lernspuren der Schüler			Organisation und Selbstorganisation des Lernens		
		Lernspur 1	Lernspur 2	Lernspur 3	Selbstständigkeit und Sozialform	LehrerIn Aktivität	SchülerIn Aktivität
1. Grundabschnitt – gemeinschaftlicher Lernprozess	15 Min. (30%)	<p>A. konkret-anschauliche, intuitives erstes (Kennen-)Lernen elementarer, neuer Lernschritte</p> <p>ODER / UND</p> <p>B. vertiefen und ergänzen bekannter Probleme</p>			<ul style="list-style-type: none"> gemeinsam Lernen in der Klasse / Gruppe 	Einführen	(Kennen-)Lernen
2. Grundabschnitt – individueller Lernprozess	mind. 25 Min. (50%)	<p><i>Gehörtes / Kennengelerntes</i></p> <p><i>+ differenziertes Umsetzen / Handhaben</i></p> <p>⇒ Handlungs - Kompetenz</p>					
		<p>Grundlegend (GL)</p> <p>Merkmale:</p> <ul style="list-style-type: none"> wesentliche Aufgaben und Fähigkeiten mit einfachen Zahlen wiederholende Übungen kleine Lernschritte steigende Struktur der Aufgaben und Fähigkeiten die letzten Aufgaben von GL. schließen an das Niveau von Erweiternd an 	<p>GL</p>				
		<p>EW</p>	<p>Erweiternd (EW)</p> <p>Merkmale:</p> <ul style="list-style-type: none"> vielfältigere Aufgaben rechnerisch schwieriger (z.B. größeren Zahlen, Brüchen, ...) Verknüpfen mehrere Lernschritte Verknüpfen verschieden-artiger Fähigkeiten Vorwegnahme von neuen Lernschritten steigende Struktur der Aufgaben und Fähigkeiten ggf. erste anspruchsvolle fachbezogene Lernaspekte (vgl. PLUS - Folgen) 			<ul style="list-style-type: none"> Einzelarbeit (von konkreten Hilfestellungen ausgehend und organisiert nach ständig zunehmender fachlicher Selbstständigkeit) permanente Schülerkommunikation nach dem Ich-Du-Wir-Kommunikationsmodell 	<p>Hinweisen</p> <p>Hinweisen & Beraten</p>
		<p>PLUS - Folgen</p>	<p>PLUS - Folgen (PF)</p> <p>Merkmale:</p> <p><i>Algebra- & Formelverständnis im Zusammenhang mit Folgen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> Muster erkennen/fortsetzen – formulieren – mathematisch korrekt notieren Zahlen-, Bilder- u. 3 D – Folgen <p><i>Anspruchsvolle Lernaspekte</i></p> <ul style="list-style-type: none"> „Finde den Fehler“ – math. Zusammenhänge reflektieren kreativ anwenden „Überlege und erfinde...“ – ähnliche und neue eigene-interessante Beispiele erfinden „Begründe&Erläutere deine Lösung“ „Knobeln – Rätseln...“ Unbekannte Probleme experimentell – kreativ – heuristisch lösen Darstellen und interpretieren von Daten (=> Wertetabellen) Folgen im Alltag (Modellieren) 			<p>Bereiten & Zubereiten</p> <p>Anwenden & Erkunden</p>	
Individuell		<p>Stütz- & Interessensprojekte</p>			<ul style="list-style-type: none"> Individuell nach den persönlichen Voraussetzungen 		Individuell