

Gleichungen II

-Ausgabe B-

(Materialien für den Mathematikunterricht)

A u s z u g s w e i s e !

F. Rothe

“ Gleichungen II “ , - Ausgabe B - ,
(Materialien für den Mathematikunterricht)
1. Auflage

Alle Rechte vorbehalten!

© 2002 Frank Rothe , Salzburg

- im Selbstverlag -

Inhaltsverzeichnis

Vorwort.....	3
Übungen	4
Wiederholung - Umformen.....	4
Übungen 1.....	4
Übungen 2.....	5
Erweiterung: Gleichungen mit Brüchen - Lösen durch Gleichnamig machen.....	6
Erweiterung: Übungen 3.....	6
Erweiterung: Übungen 4.....	7
Erweiterung: Übungen 5.....	8
Erweiterung: Übungen 6.....	9
Erweiterung: Übungen 7.....	10
Erweiterung: Übungen 8.....	11
Erweiterung: Übungen 9.....	12
Erweiterung: Übungen 10.....	13
Erweiterung: Übungen 11 (Wiederholung).....	14
Gleichungen mit Brüchen - Lösen durch Wegmultiplizieren des Nenners	15
Übungen 12.....	15
Übungen 13.....	16
Übungen 14.....	17
Übungen 15.....	18
Übungen 16.....	19
Übungen 17 (Wiederholung).....	20
Gleichungen und Algebra	21
Übungen 18.....	21
Übungen 19.....	22
Übungen 20.....	23
Übungen 21.....	24
Bruchgleichungen	25
Übungen 22.....	25
Übungen 23.....	26
Übungen 24.....	27
Übungen 25 (Gesamtwiederholung).....	28
Test: Gleichungen II.....	29
Weitere Übungen	30
Lösungen zu den Übungen	34
Lösungen zu den Weitere Übungen	37

Vorwort

“ Gleichungen II “ ist die Fortsetzung von “ Gleichungen I ” und wieder als Aufgabensammlung zur Gleichungslehre der Mittelstufe konzipiert. Sie greift das “Umformen von Gleichungen” auf und führt über “Gleichungen mit Brüchen” bis zu “Gleichungen und Algebra”. Hier spielen (Vor-) Kenntnisse aus der Algebra eine Schlüsselrolle beim Lösen der Gleichungen. Den Abschluß bilden - mit Ausblick auf die 9. Klasse - die (elementaren) Bruchgleichungen. Die umfangreichen Aufgaben sind gedacht zum wiederholenden und vertiefenden Üben und eignen sich daher insbesondere für den Einsatz in den Übstunden (der 8. Klasse).

“ Gleichungen II “ orientiert sich - mit leichten Variationen - an dem Buch von A. Bernhard “ ALGEBRA für die siebte und achte Klasse an Waldorfschulen “. Die dort dargestellten mathematischen Inhalte erhalten durch “ Gleichungen II “ zusätzliches, gut strukturiertes Übungsmaterial. “Das Lösen durch Gleichnamig machen” erscheint als eigener Abschnitt. So soll die Möglichkeit der Differenzierung und Gewichtung entsprechend den Erfordernissen der jeweiligen Klasse erleichtert werden.

“ Gleichungen II “ gliedert sich in zwei Hauptteile.
Der erste Teil “Übungen” besteht aus eine Reihe - aufeinander aufbauender - Übungsblätter. Diese können unmittelbar im Unterricht verwendet werden. Die Aufgaben sollen direkt auf den Übungsblättern gelöst werden. Das spart Zeit und die Schüler werden mehr Übungen zeitlich bewältigen.
Der zweite Teil “Weitere Übungen” beinhaltet - jedem Übungsblatt entsprechende - zusätzlichen Übungen. Sie sind als Hausaufgaben oder zur eigenen Leistungskontrolle gedacht. Diese Aufgaben sollten in einem Extraheft gelöst werden. Das dauert zwar länger, dafür ist jedoch der Lernprozess tiefgreifender...

...und nun viel Spaß und Erfolg beim Arbeiten mit “ Gleichungen II “

Frank Rothe

Übungen 17 (Wiederholung)

1. Forme um! Nenner wegmultiplizieren! Rechenschritte anschreiben.

a) $\frac{4x}{3} + \frac{x}{4} = \frac{19}{4}$ b) $\frac{3x}{2} - \frac{x}{5} = \frac{91}{10}$ c) $\frac{x}{4} + \frac{2x}{3} = \frac{11}{2}$

d) $\frac{x+1}{2} + \frac{x-2}{7} = 6$ e) $\frac{x+7}{3} - \frac{x-1}{4} = 3$

f) $\frac{4x+2}{5} + \frac{3x+4}{2} = 7$ g) $\frac{5x-2}{3} - \frac{7x-7}{6} = 4$

h) $\frac{3}{2x} + \frac{29}{16} = 2$ i) $\frac{59}{15} + \frac{1}{3x} = 4$ j) $\frac{18}{5x} - \frac{1}{5} = 1$

2. Gemischte Aufgaben. Nenner wegmultiplizieren. Wo steht x? Rechne auf einem Extrablatt.

a) $\frac{2}{3} + \frac{x}{4} = \frac{23}{12}$ b) $\frac{5}{3x} + \frac{3}{2} = \frac{7}{3}$

c) $\frac{5x-1}{2} - 6 = \frac{2x-1}{5}$ d) $\frac{3x}{2} - \frac{16}{3} = \frac{x}{6}$

e) $\frac{20+3x}{2} = \frac{7x-10}{6} + \frac{3x}{2}$ f) $\frac{15}{4x} - \frac{3}{4} = \frac{3}{x}$

g) $\frac{3x+4}{8} - \frac{x}{2} = \frac{1}{4} - \frac{2x-7}{4}$ h) $10 - \frac{5x+3}{4} = \frac{7-x}{2} + \frac{3x-5}{5}$

*i) $\frac{5x-2}{x} + \frac{5}{6} = \frac{29}{3x}$ *j) $\frac{10x-16}{10} = \frac{x^2+8}{x}$

Weitere Übungen 17 (Wiederholung)

1. **Forme um! Nenner wegmultiplizieren! Rechenschritte anschreiben.**

$$\text{a) } \frac{5x}{4} - \frac{x}{3} = \frac{22}{3} \quad \text{b) } \frac{4x}{3} + \frac{3x}{2} = \frac{17}{3} \quad \text{c) } \frac{x+5}{2} - \frac{13-x}{3} = 4$$

$$\text{d) } \frac{5x+1}{4} + \frac{x+3}{6} = 5 \quad \text{e) } \frac{6}{x} + \frac{3}{5} = \frac{27}{20} \quad \text{f) } \frac{7}{3x} + \frac{11}{18} = 1$$

$$\text{**g) } \frac{1}{x} \cdot 2x + 3 - \frac{21}{4} = \frac{15}{12}$$

Lösungen zu Übungen 17

1. a) 3 b) 7 c) 6 d) 9 e) 5 f) 2 g) 7 h) 8 i) 5 j) 3

2. a) 5 b) 2 c) 3 d) 4 e) 10 f) 1 g) 4 h) 5 *i) 2 *j) -5

Lösungen zu Weitere Übungen 17

1. a) 8 b) 2 c) 7 d) 3 e) 8 f) 6 **g) 3

Übungen 2

1. Löse durch Umformen. Auf welcher Seite steht x ? Ausgleich? Rechenschritte anschreiben

a) $11x + 9 = 3x - 2$

b) $1 - 3x = 12x - 6$

c) $3 + 2x = 5 - 7x$

d) $3x + 9 - 2x = 3x + 4 + 8x$

e) $4 - 3x - 2 = 7 - 2 - 8x$

f) $x + 3 + 2x = 9x - 2 + x$

2. Löse durch Umformen. Probe machen !

a) $9x + 2 = 2x + 5$

b) $8x - 1 = 4 + 2x$

c) $1 - 3x = 5x - 2$

*3. Gemischte Aufgaben! Umformen!

a) $3(x + 4) = 11x + 9$

b) $3x + 19 - 7x = 7(3 - x)$

c) $6(x + 1) = 4(3x - 1)$

*d) Probe machen !

$7(x - 1) = 2x + 4$

*e) Probe machen !

$6x - 3 + 5x = 3 + 2x - 2$

*f) $x + \frac{2}{7} = 5$

*g) $2x - \frac{11}{5} = 9$

Übungen 19

1. Umformen! Wähle dir für x eine Seite aus ! Rechenschritte anschreiben.

a) $(x-4)(x-7) = 3x + x^2$ b) $x^2 - 11x = (x-8)(x+3)$ c) $x^2 - 2x - 3 = (x+7)(x+3)$

d) $(x+1)(x+3) = x^2 + 29$ e) $53 + x^2 = (x-8)(x-1)$ f) $(x-6)(x+10) = x^2 - 20x + 12$

2. Klammern ausmultiplizieren! Dreierausdrücke als Ergebnis!

a) $(x+3)(x+9) =$	Kürze in dieser Spalte jedenfalls ab !
b) $(x+2)(x-7) =$	c) $(x+8)(x+7) =$
d) $(x-3)(x+10) =$	e) $(x+3)(x-9) =$
f) $(x-4)(x-9) =$	g) $(x-4)(x+11) =$
*h) $(3x-4)(3x+7) =$	i) $(x-5)(x-8) =$

*3. Gemischte Aufgaben. Forme um!

a) $(x-4)(x-3) = x(13+x) - 108$ b) $(x+8)(x-2) = 2x + x^2$ Probe:

c) $(x-1)(x-6) - x - 6 = x^2 - 4(x-5)$ *d) $2(x-6)(x+3) = (3+2x)x - 99$

**e) $(x^2+6)(x^2+8) - 13x^2 = (x+2)(x+6) + 28 + x^4$ *f) $(x+4)^2 = (x-2)(x+7) + 39$

Übungen 22

1. Löse durch Umformen. Nenner kürzen! Rechenschritte anschreiben !

a) $\frac{15x}{3} - 4 = 6$

b) $\frac{4(x-5)}{x-5} + 3x = 13$

c) $\frac{(x+8)^2}{x+8} = 3x$

d) $\frac{5x+10}{x+2} + 2x = 17$

e) $\frac{7x-21}{x-3} + 8 = 3x$

f) $4x - \frac{3x+15}{x+5} = 25$

g) $\frac{x^2+14x+49}{x+7} + 3x = 39$

h) $23 + \frac{x^2-10x+25}{x-5} = 3x$

i) $6x + \frac{x^2-64}{x+8} = 62$

*2. Gemischte Aufgaben! Umformen! Nenner kürzen!

a) $x + \frac{x^2-7x}{x} = 9$

b) $\frac{20x}{4} = \frac{x^2-16x+64}{x-8}$

c) $3(x-4) = \frac{6x-36}{6}$

d) $\frac{-2x+16}{x-8} = -2x+16$

e) $x^2 = \frac{x-x^2+x^3}{x}$

f) $\frac{8x+4x^2+20}{4} = x(x-3)$

g) $\frac{x^2-81}{(x-9)(x+9)} = 2 - \frac{x^3-9x^2}{x^2}$

*h) $\frac{(x-10)^3}{x^2-20x+100} = 7x-34$

*i) $\frac{x^2+6x+8}{x+4} = 5x+10$

Gleichungen II

- Ausgabe C , Ergänzungsband -

(Materialien für den Mathematikunterricht)

A u s z u g s w e i s e !

F. Rothe

Inhaltsverzeichnis

Vorwort.....	3
Methodisch-didaktische Hinweise für den Unterricht	4
Einsatzmöglichkeiten der Aufgabensammlung	4
In den Üb- bzw. Fachstunden	4
In der Epoche	5
Die Notwendigkeit des individuell angepaßten Lernprogrammes	5
Arbeiten mit der Aufgabensammlung in den Übstunden	5
Allgemeine Vorbereitung.....	6
Stundenaufbau.....	6
Vorbereitung der einzelnen Stunden.....	6
Stoffübersicht	7
Methodisch-didaktische Hinweise zu den einzelnen (Üb-) Stunden	8

Vorwort

“ Gleichungen II “ ist die Fortsetzung von “ Gleichungen I ” und wieder als Aufgabensammlung zur Gleichungslehre der Mittelstufe konzipiert...

Der vorliegende **Ergänzungsband für Lehrer** beinhaltet die methodisch-didaktischen Hinweise zu “Gleichungen II”. Aus Platzgründen mußte ich die Ausgabe C (=Lehrerausgabe) aufteilen nach den Übungen mit den Lösungen (=Aufgabenband) und den methodisch-didaktischen Hinweisen (=Ergänzungsband für Lehrer).

Der Teil “Methodisch-didaktische Hinweise für den Unterricht” umfaßt mehr allgemeine Gesichtspunkte für die Gesamtvorbereitung. Hingegen geht der zweite Teil “Methodisch-didaktische Hinweise zu den einzelnen (Üb-) Stunden” auf die jeweiligen Übungen im speziellen ein...

Lange Rede kurzer Sinn...

...und nun viel Spaß und Erfolg beim Arbeiten mit “ Gleichungen II “

Frank Rothe

Methodisch-didaktische Hinweise für den Unterricht

Einsatzmöglichkeiten der Aufgabensammlung

In den Üb- bzw. Fachstunden. Die Aufgabensammlung wurde ursprünglich geschrieben zum vertiefenden Einüben bestimmter Inhalte aus der Gleichungslehre. Sie ist ein speziell zusammengestellte Trainingsprogramm. Die Schüler sollten bereits (z.B. in der Epoche) Bekanntschaft gemacht haben mit den folgenden Themengebieten der Gleichungslehre:

Vorkenntnisse aus der Gleichungslehre:

- * Unformen (= Rückgängig machen durch gegenteilige Rechenoperationen, Ausgleich, Zusammenfassen, Probe)
- * Gleichungen mit Brüchen - Lösen durch Gleichnamig machen (ggf. vgl. Anmerkung zur Erweiterung)
- * Gleichungen mit Brüchen - Lösen durch Wegmultiplizieren des Nenners (...Wo steht x? Klammerwirkung des Bruches! Vorzeichen beachten!)
- * Gleichungen und Algebra (Gleichungen lösen mit Hilfe des Ausmultiplizierens von Klammern, Binomischen Formeln, Dreierausdrücken)
- * Bruchgleichungen (Faktorisieren und Ausklammern, Kürzen algebraischer Brüche)

(vgl. auch A. Bernhard "Algebra...", Kap. 9 ; F. Rothe "Gleichungen I")

...denn genau dieser Stoff der Gleichungslehre soll anhand der Aufgabensammlung vertieft werden.

Weitere ...

Vorkenntnisse aus der Algebra wären

- * ein Faktor und eine Klammer - ausmultiplizieren und ausklammern
- * die drei Binomischen Formeln - ausmultiplizieren und faktorisieren
- * die Dreierausdrücke - ausmultiplizieren und faktorisieren
- * einfache Rechnungen mit a

(vgl. A. Bernhard "Algebra..." , Kap.. 1 und 2 ; F. Rothe "Algebra I" und "Algebra II

und weiter...

Vorkenntnisse aus der Arithmetik sind

- * Rechnen mit negativen Zahlen
- * Bruchrechnen
- * (Vorrangregeln)

Dabei entsprechen die "Weiteren Vorkenntnisse" dem Lehrplan und dem allgemein üblichen Wissensstand einer 8. Klasse.

In der Epoche. Die Aufgabensammlung ist ursprünglich für den Einsatz in den Übstunden konzipiert worden. Ihr Hauptziel ist der sichere handwerklich-technische Umgang mit Gleichungen. Von echtem Verständnis getragen soll das Lösen von Gleichungen dem Schüler - mit Spaß und Erfolg - leicht von der Hand gehen. Wegen dieses technisch-handwerklichen Schwerpunktes ist das Kapitel 10 "Angewandte Aufgaben zu den Gleichungen" aus A. Bernhard "Algebra ..." nicht eingearbeitet. Jedoch stellt das Wiederfinden von Erlerntem in der Welt bzw. das direkte Lernen an der Welt einen zentralen Gesichtspunkt für die Entwicklung des Heranwachsenden dar. Den "Angewandten Aufgaben zu den Gleichungen" gebührt ein fester Platz in der Epoche!!! Entsprechende Aufgaben können anhand von Kap. 10 aus "Algebra..." zur Arbeit mit der Aufgabensammlung während der Epoche hinzugefügt werden.

Darüber hinaus müßte man - in Anlehnung an das "Arbeiten mit der Aufgabensammlung in den Übstunden" - mehr charakteristische Aufgaben raussuchen und an der Tafel rechnen. Diese sollten dann auch notiert werden, was den Lernprozess vertieft und insbesondere den langsameren Schülern eine Hilfe ist. Für die begabten Schüler sind dringend - der Situation entsprechend - weitere "Knacknüsse" von Nöten.

Die Notwendigkeit des individuell angepaßten Lernprogrammes ist unbedingt zu beachten. Jede Klasse hat spezielle Bedürfnisse, jeder Lehrer seine eigenen, in freier Weise gewählten pädagogischen Ziele. Das ist gut so! Wer das Bruchrechnen (im Rahmen der Gleichungslehre) repetieren möchte, wird das Kapitel "Erweiterung: Gleichungen mit Brüchen - Lösen durch Gleichnamig machen" schätzen. Dafür wird er eventuell nicht mehr bis zu den "Bruchgleichungen" kommen. Einem anderen liegen gerade die Bruchgleichungen mit ihrer besonderen Art des analytischen Denkens (beim Kürzen algebraischer Brüche) am Herzen. Er wird ggf. vorher den Stoffumfang kürzen müssen. Und zudem sollen die Gleichungen bei angewandten Aufgaben behandelt werden.

Der Kernteil der Aufgabensammlung sind die Übungen bzw. die Übungsblätter. Jede Übung ist einer speziellen Frage, einem bestimmten Aspekt der Gleichungslehre gewidmet. Ferner ist es so aufgebaut, daß jede Übung (bzw. jedes Übungsblatt) für eine Unterrichtsstunde gedacht ist.

Das Übungsblatt selber besteht anfangs immer aus grundlegenden, einfachen Aufgaben. Diese sollte jeder Schüler schaffen. Im weiteren Verlauf werden die Aufgaben anspruchsvoller. Die Aufgaben werden vielfältiger oder schwerer. Es taucht Neues auf, was z.T. schon den Stoff der kommenden Stunde anklingen läßt. Hierbei sind insbesondere die mathematisch gewandteren Schüler gefragt. Jede Übung enthält viele Aufgaben, es muß nicht jeder alle bewältigen... Hauptsache es wird tüchtig gearbeitet.

Arbeiten mit der Aufgabensammlung in den Übstunden

Wie kann man mit der Aufgabensammlung die Übstunden konkret gestalten? Beachte bei allem:

Das Einarbeiten, das Selber-lösen, das Im-Bilde-Sein
ist durch nichts zu ersetzen!!!

Wer bereits viel Erfahrung im Unterrichten mathematischer Inhalte hat sammeln können, wird die folgenden Anregungen z.T. leicht übergehen können. Für alle anderen sollen die Anregungen und Hinweise vor allem einen klar strukturierten Gedanken- und Lernprozess ermöglichen. Dies kann sich als Wohltat für die Schüler auswirken. Andere pädagogische Gesichtspunkte des Unterrichtens bedürfen hingegen der Ergänzung durch den Lehrer.

a) Allgemeine Vorbereitung

Zunächst ist es nötig sich den konkreten früher behandelten Stoff der Gleichungslehre zu vergegenwärtigen. Wie habe ich z.B. das Umformen mit meinen Schülern konkret durchgenommen? Welche Aufgaben haben wir gerechnet? Habe ich noch alte Übungsblätter?

Hilfreich wird hierbei auch wieder die Lektüre des neunten Kapitel aus A. Bernhards Buch "Algebra..." sein, da dort die fraglichen Themen behandelt werden.

Zudem ist jede Stunde der Aufgabensammlung einem bestimmten Aspekt der Gleichungslehre gewidmet. In der Stoffübersicht sind sämtliche Stunden mit den entsprechenden Zielen und Überschriften aufgeführt.

Mache dir die Abfolge der verschiedenen Abschnitte ("Wiederholung - Umformen", "Erweiterung: Gleichungen mit Brüchen - Lösen durch Gleichnamig machen", ...) mit ihren einzelnen Stunden klar.

Beachte: Das Kapitel "Erweiterung: Gleichungen mit Brüchen - Lösen durch Gleichnamig machen" ist - wie der Name schon sagt - aus Erweiterung gedacht. Es verfolgt als spezielles Ziel die Auffrischung des Bruchrechnens im Rahmen der Gleichungslehre. Wer das Bruchrechnen an dieser Stelle vertiefen möchte ist mit diesem Abschnitt gut bedient. Bei Zeitknappheit kann es günstiger sein es zu überspringen. Die Kenntnisse und Fertigkeiten aus der Gleichungslehre werden dadurch nicht negativ beeinträchtigt.

b) **Stundenaufbau**

Die Gliederung dieser "Trainingsstunden" ist so gedacht:

Zuerst einige Aufgaben in zeitlich geraffter Form (ca. 10 Minuten) gemeinsam mit der Klasse an der Tafel rechnen. Nicht notieren lassen um Zeit zu sparen!

Als **zweites** direkt die Schüler selbständig die Übungen rechnen lassen. Nicht alle Schüler werden in der Stunde sämtliche Aufgaben einer Übung bewältigen. Das ist o.k. , solange die Schüler bei der Sache sind und ihren persönlichen Fähigkeiten und Möglichkeiten entsprechend mitarbeiten.

Drittes können die "Weitere Übungen" als Hausaufgaben zur nächsten Stunde aufgeben werden.

c) Vorbereitung der einzelnen Stunden

1. Wie war die letzte Stunde? Muß noch etwas wirklich dringend aufgegriffen werden? Falls ja... ist es evtl. geschickt eine selbst gestaltete Stunde genau für die Situation der konkreten Klasse einzufügen? Ansonsten geht es weiter im "Trainingsprogramm". Dabei ist zu beachten: Einige Übungen sind besonders auf Wiederholung oder Vertiefung ausgelegt. Bei Zeitknappheit können diese nach eigenem Ermessen weggelassen werden.
2. Mache dir nochmals klar: Wie fügt sich die nächste Stunde in den Gesamtkontext (vgl. Stoffübersicht)? Damit hängt die Frage zusammen...
3. Welche Ziele verfolgt diese Stunde? Welches ist ihr zentraler Übungsschritt?
4. Rechne die Tafelaufgaben selber durch. Was ist dabei zu beachten? Wo sind die wesentlichen Stellen in der Rechnung an denen der eigentliche Übungsschritt dieser Stunde vollzogen wird?
5. Rechne auch alle Aufgaben dieser Übung durch!

Stoffübersicht

Wiederholung - Umformen

Übungen 1: Wiederholendes Aufgreifen des Umformens

Übungen 2: Gleichungen mit Brüchen als Lösung - Probe

Erweiterung: Gleichungen mit Brüchen - Lösen durch Gleichnamig machen

Erweiterung: Übungen 3: Gleichungen mit Brüchen als Lösung - Probe (einführend)

Erweiterung: Übungen 4: Gleichungen mit Brüchen als Lösung - Probe (vertiefend)

Erweiterung: Übungen 5: Gleichungen mit Bruchteilen von x - ohne Probe

Erweiterung: Übungen 6: Gleichungen mit Bruchteilen von x - mit Probe

Erweiterung: Übungen 7: Gleichungen mit Bruchteilen von x - Doppelbrüche treten auf

Erweiterung: Übungen 8: Gleichungen mit schwierigeren Bruchteilen von x -
Klammerwirkung des Bruches (Teil 1)

Erweiterung: Übungen 9: Gleichungen mit schwierigeren Bruchteilen von x -
Klammerwirkung des Bruches (Teil 2)

Erweiterung: Übungen 10: Gleichungen mit schwierigeren Bruchteilen von x -
Klammerwirkung des Bruches - Probe

Erweiterung: Übungen 11 (Wiederholung)

Gleichungen mit Brüchen - Lösen durch Wegmultiplizieren des Nenners

Übungen 12: Am Anfang - Wegmultiplizieren mit Hilfe des Hauptnenner (Teil 1)

Übungen 13: Am Anfang - Wegmultiplizieren mit Hilfe des Hauptnenner (Teil 2)

Übungen 14: Vorsicht beim Wegmultiplizieren! Brüche haben Klammerwirkung (Teil 1)

Übungen 15: Vorsicht beim Wegmultiplizieren! Brüche haben Klammerwirkung (Teil 2)

Übungen 16: Ausblick - x kann auch im Nenner stehen

Übungen 17 (Wiederholung)

Gleichungen und Algebra

Übungen 18: Wo steht x ? - Ein Trick: Dividieren mit negative Zahlen!

Übungen 19: Gleichungen mit Dreierausdrücken

Übungen 20: Gleichungen mit Binomischen Formeln

Übungen 21: Gemischte Übungen mit Klammern, Dreierausdrücken, Bin. Formeln

Bruchgleichungen

Übungen 22: Der Nenner läßt sich vollständig kürzen - Kürzen algebr. Brüche (Teil 1)

Übungen 23: Der Nenner läßt sich vollständig kürzen - Kürzen algebr. Brüche (Teil 2)

Übungen 24: Ausblick: Der Nenner läßt sich nicht vollständig kürzen - was nun?

Übungen 25 (Gesamtwiederholung)

Test: Gleichungen II

Methodisch-didaktische Hinweise zu den einzelnen (Üb-) Stunden

Übungen 17 (Wiederholung)

Ziel:

abschließendes Wiederholen von "Gleichungen mit Brüchen - Lösen durch Wegmultiplizieren des Nenners:

Tafelaufgaben:

$$\begin{array}{lcl} 1. & \frac{4x}{3} - \frac{x}{2} = \frac{10}{3} & | \cdot 6 \\ & 8x - 3x = 20 & | \text{z.f.} \\ & 5x = 20 & | :5 \\ & \underline{x = 4} & \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} 2. & \frac{2x+5}{3} - \frac{x+3}{5} = 2 & | \cdot 15 \\ & 5(2x+5) - 3(x+3) = 30 & | \text{ausmultiplizieren} \\ & 10x+25 - 3x-9 = 30 & | \text{z.f.} \\ & 7x-16 = 30 & | -16 \\ & 7x = 46 & | :7 \\ & \underline{x = 6\frac{4}{7}} & \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} 3. & \frac{21}{4x} - \frac{3}{4} = 1 & | \cdot 4x \\ & 21 - 3x = 4x & | +3x \\ & 21 = 7x & | :7 \\ & \underline{3 = x} & \end{array}$$

Anmerkungen:

1. Zu Nr. 2: Hier können wieder vorsichtshalber die Klammern gesetzt werden oder ... es kann alles im Kopf gerechnet werden. Für manche Schüler entsteht an dieser Stelle so etwas wie ein "sportlicher Geist".
2. vgl. A. Bernhard, "Algebra", S. 131 - 139

Erweiterung: **Übungen 11**(Wiederholung)

Ziel: abschließendes Wiederholen von "Erweiterung: Gleichungen mit Brüchen - Lösen durch Gleichnamig machen"

Tafelaufgaben: 1.
$$4x + \frac{2}{3} = 5 \quad | -\frac{2}{3}$$

$$4x = 5 - \frac{2}{3} \quad | \text{gl.m.}$$

$$4x = \frac{15}{3} - \frac{2}{3} \quad | \text{z.f.}$$

$$4x = \frac{13}{3} \quad | :4$$

$$\underline{x = \frac{13}{12} = 1\frac{1}{12}}$$

2.
$$\frac{x+3}{6} \cdot \frac{5}{5} + \frac{2x+7}{5} \cdot \frac{6}{6} = 7 \quad | \text{gl. m.}$$

$$\frac{5x+15}{30} + \frac{12x+42}{30} = 7 \quad | \text{z.f.}$$

$$\frac{17x+57}{30} = 7 \quad | \cdot 30$$

$$17x+57 = 210 \quad | -57$$

$$17x = 153 \quad | :17$$

$$\underline{x = 9}$$

3.
$$\frac{3x}{2} \cdot \frac{2}{2} - \frac{x}{4} = 20 \quad | \text{gl. m.}$$

$$\frac{6x}{4} - \frac{x}{4} = 20 \quad | \text{z.f.}$$

$$\frac{5x}{4} = 20 \quad | \cdot 4$$

$$5x = 80 \quad | :5$$

$$\underline{x = 16}$$

Anmerkungen:

1. Zu Nr. 1: Beachte wieder::

$$\frac{13}{3} : 4 = \frac{13}{3 \cdot 4} = \frac{13}{12} \quad \text{oder kurz} \quad \frac{13}{5} : 4 = \frac{13}{20} \quad \text{d.h.} \quad \frac{Z}{N} : \text{Zahl} = \frac{Z}{N \cdot \text{Zahl}}$$

aber

$$\frac{20}{3} : 4 = \frac{20:4}{3} = \frac{5}{3} \quad \text{oder kurz} \quad \frac{32}{3} : 4 = \frac{8}{3} \quad \text{d.h.} \quad \frac{Z}{N} : \text{Zahl} = \frac{Z:\text{Zahl}}{N}, \text{ falls}$$

der Zähler durch die Zahl teilbar ist.

2. Zu Nr. 2: Beachte wieder: Beim Gleichnamig machen ist jeder Summand des Zählers mit der Erweiterungsfaktor zu multiplizieren!

Übungen 15

Ziel: Vorsicht beim Wegmultiplizieren! Brüche haben Klammerwirkung (Teil 2):
(die Lösungen sind positive Zahlen, wo steht x?, aber Vorsicht: “ - “ steht vor dem Bruch)

Tafelaufgaben:

1.
$$\frac{x+10}{2} - \frac{x+4}{3} = 4 \quad | \cdot 6$$

$$3(x+10) - 2(x+4) = 24 \quad | \text{ ausmultiplizieren}$$

$$3x+30 - 2x-8 = 24 \quad | \text{ z.f.}$$

$$x+22 = 24 \quad | -22$$

$$\underline{x = 2}$$

2.
$$\frac{5x-19}{2} - \frac{7x+3}{6} = 2 \quad | \cdot 6$$

$$3(5x-19) - (7x+3) = 12 \quad | \text{ ausmultiplizieren}$$

$$15x-57 - 7x-3 = 12 \quad | \text{ z.f.}$$

$$8x-60 = 12 \quad | +60$$

$$8x = 72 \quad | :8$$

$$\underline{x = 9}$$

3.
$$\frac{6x+2}{4} - \frac{2x-1}{3} = 5 \quad | \cdot 12$$

$$3(6x+2) - 4(2x-1) = 60 \quad | \text{ ausmultiplizieren}$$

$$18x+6 - 8x+4 = 60 \quad | \text{ z.f.}$$

$$10x+10 = 60 \quad | -10$$

$$10x = 50 \quad | :10$$

$$\underline{x = 5}$$

Anmerkungen:

1. Zu Nr. 1: Vor dem zweiten Bruch steht ein “ - “. In der nächsten Zeile wird beim Ausmultiplizieren von “ $-2(x+4) = -2x-8$ “ deutlich, daß beide Summanden in der Klammer (d.h. des ursprünglichen Zählers) multipliziert und beide subtrahiert werden müssen!

2. Zu Nr. 2: Beim zweiten Bruch wird der Zähler vorsichtshalber in Klammern gesetzt. Zwar gibt es keinen Faktor mehr vor der Klammer. Jedoch steht ein “ - “ vor dem Bruch (bzw. in der Klammer)... d.h. jeder Summand ist zu subtrahieren.

3. Zu Nr. 3: Vorsicht beim Ausmultiplizieren: $(-4)(-1) = +4$!

4. vgl. A. Bernhard, “Algebra”, S. 136 f