Fehler auf den Lösungsblatt von Herrn Rothe

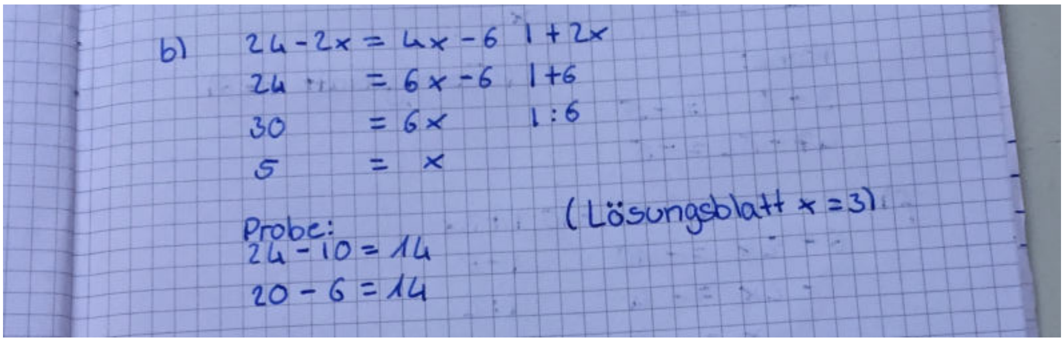
(Gleichungen I)

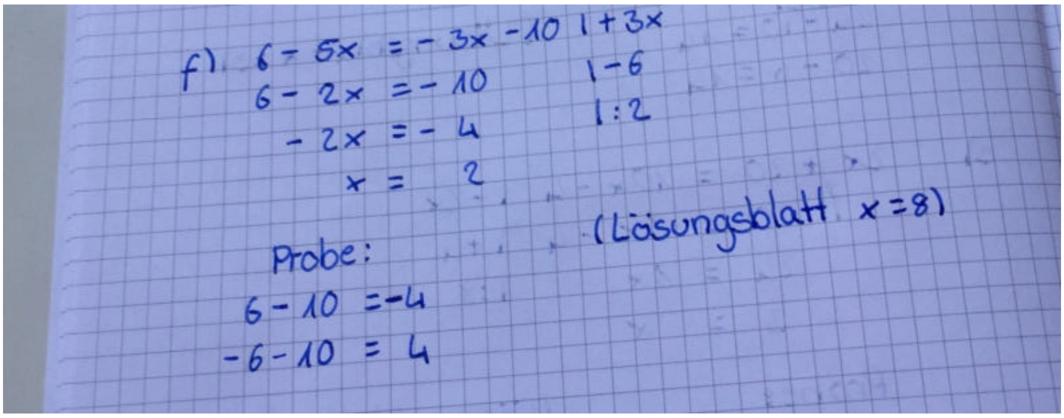
Merle, Kevin und Lucie rechnen zur Zeit mit „Gleichungen I“. Bei zwei Aufgaben (b und f) haben sie falsche Lösungen auf dem Lösungsblatt entdeckt und Herrn Rothe freundlicher Weise Bescheid gesagt. Vielen Dank!

Die Drei haben sehr sorgfältig gearbeitet. Sie haben ihren Rechenweg notiert, die Probe gemacht und zur besseren Übersicht noch die angegebene Lösung vom Lösungsblatt daneben geschrieben.

Aufgabenstellung:
Lese aufmerksam und überlege in Ruhe … (alles für die **obere Aufgabe b)** (s. oberes Foto)) und anschließend noch mal alles für f) (s. unteres Foto))

1. Zuerst: Welche Lösung haben die Drei rausbekommen? Welche Lösung war auf dem Lösungsblatt angegeben?
2. Dann: Gehe aufmerksam (jeden Schritt) des Rechenweges und anschließend der Probe durch. Wenn dir etwas auffällt, mache dir eine kurze Notiz. Findest du Fehler?
3. Zum Schluss überlege: Wer hat denn nun richtig gerechnet – die Drei oder Herr Rothe? Warum? Erkläre oder notiere in Stichworten.





Überlegungen zu den Fehlern & Lösungen

Bei Aufgabe b):

Die Drei haben sicher durchgerechnet.
Ihr Ergebnis ist $x = 5$

Die Probe kontrolliert, ob auf der linken Seite wirklich das gleiche rauskommt, wie auf der rechten Seite. Sonst stimmt das „ = " nicht d.h. das Rechenergebnis hätte doch einen „Problem“.

Linke Seite:

$24 - 2 \cdot 5 =$

$24 - 10 = \quad \mathbf{14}$

(Anm.: Die erste Zeile haben sie weggelassen, im Kopf gerechnet und es direkt hingeschrieben.)

Rechte Seite:

$4 \cdot 5 - 6 =$

$20 - 6 = \quad \mathbf{14}$

Bei der linken Seite (14) kommt das Gleiche raus (14) wie bei der rechten Seite. Das „ = " stimmt somit. Dann ist das Rechenergebnis x=5 auch richtig! Manch eine Schüler*in wird womöglich auch die Probe mit dem Ergebnis von Herrn Rothe machen und dabei feststellen, dass die linke und die rechte Seite bei dieser neuen Probe nicht übereinstimmen.

Die Lösung der Drei ist tatsächlich richtig und Herr Rothe tut gut daran das Lösungsblatt entsprechend auszubessern …

Bei Aufgabe f):

Die Drei haben ihren Rechenweg wieder sehr übersichtlich notiert.

Aber von der 2. zur 3. Zeile passiert es: -6 zu rechnen ist genau passend. Wenn ich aber rechts von -10 noch -6 rechne, bekomme ich -16 (statt der -4).

Und von der 3. zur 4. Zeile ist das Rechenvorhaben „ :2 “ … hm. Das scheint mir „fast“ zutreffend. Denn wenn ich rechts „ -4 : 2 “ rechne bekomme ich „-2“ und nicht die 2, welche dort steht. Vermutlich sollte das Rechenvorhaben aber doch „ :(-2) “ sein und das Hinschreiben vom „ - " ist beim schnellen Rechnen unter den Tisch gefallen, aber beim Ausrechnen aber berücksichtigt worden. Merke die Regel: Man dividiert durch den Faktor vor dem x steht d.h. „ : -2 “.

Besonders interessant ist die Probe der Drei.

Linke Seite: $6 - 10 = -4$
Rechte Seite: $-6 - 10 = -4$

Sie bekommen unterschiedliche Ergebnisse heraus: links ist es -4 und rechts ist es nur 4. Unterschiedliche Ergebnisse deuten auf ein Problem, einen Fehler im Rechenweg hin d.h. man muss diesen nochmals genau durchrechnen. Dann hätten die Drei sicherlich auch ihren Fehler in der 2. Zeile bemerkt.

Aber bei dieser Probe ist es besonders spannend. Man kann sich auch bei einer Probe verrechnen. Der Fehler in der Probe ist hier auf der rechten Seite passiert:
„ - 6 - 10 = - 16“ (statt der 4). Natürlich ist jetzt die Probe falsch und nicht (unbedingt auch) das Rechenergebnis. Allerdings wäre auch jetzt die -16 rechts verschieden von der -4 links, was nach wie vor das Rechenergebnis in Frage gestellt hätte.

Wofür dann eine Probe machen? Wann ist eine Probe sinnvoll?
Merke: Proben sind keine 100prozentige Garantie für die Richtigkeit des Rechenergebnisses.
Aber: Proben sind ein guter sicherer Hinweis auf die Richtigkeit,

a) wenn die Probe leichter und übersichtlich zu rechnen ist und
b) wenn die Probe einen anderen Rechenweg verlangt (als die eigentliche Aufgabe).

Doch auch dann hat man keine absolute Sicherheit für die Richtigkeit des Rechenergebnisses, wie das interessante Beispiel der Drei zeigt.

Bei dieser Aufgabe f) stimmt die Lösung x=8 vom Lösungsblatt.

Didaktische Anmerkungen

Sie können sich mit Ihren Schüler*innen solchen „Fehler-Aufgaben“ auf unterschiedlichen Wegen nähern.

- Z.B durch dieses Aufgabenblatt direkt. Oder …
- Die Aufgabe steht wie auf dem Foto komplett an der Tafel. Die Schüler*innen lesen die Aufgabe aufmerksam und dann wird sie besprochen. Oder
- Sie schreiben die Aufgabe, während die Schüler*innen zuschauen, still schweigend an die Tafel, bis die ganze Aufgabe an der Tafel steht. Bitten sie ihre Schüler*innen den Anschrieb aufmerksam und unbedingt ganz still zu verfolgen. Wem etwas auffällt merkt es sich bitte. Anschließend kommt die Besprechung. Oder …
- …

Gleich welchen Weg Sie wählen sollten drei Gesichtspunkt bei einer **freundlichen-Fehlerkunde-Aufgabe** berücksichtig werden.

1. An welcher Stelle ist „es“ passiert? (Es geht um die sachliche Feststellung des „Fehlers“.)
2. Was hat sich der „Fehlermachende“ vermutlich dabei gedacht? Was hat er dabei nicht bedacht? (Wichtig: In Wirklichkeit macht niemand einen Denk- oder Rechenfehler. Jeder denkt oder rechnet immer richtig! Es kann lediglich sein, dass jemand dabei einen Gesichtspunkt oder eine Regel unwissentlich nicht berücksichtig. Dadurch entsteht der sogenannte „Fehler“. Im Sinne des selber Denkenden und selber Rechnenden war sein Weg aber richtig.)
3. Was muss geändert werden? Welchen Veränderungsvorschlag hast du? (Die Sachlage wird mittels des zusätzlich bewusst gemachten Gesichtspunktes oder Regel ergänzt.)

Bei diesem Vorgehen verlieren Fehler das „Ich habe falsch gedacht oder gerechnet. Mathe kann ich einfach nicht.“ Letzteres beeinträchtig das Selbstwertgefühl nachhaltig. Jetzt erleben die Schüler*innen hingegen, dass sie sowieso – nach bestem Wissen und Gewissen – richtig gedacht oder gerechnet haben. Sie haben lediglich z.B. eine Regel übersehen, was man aber sachbezogen nachträglich ergänzen kann. So bildet sich ein positiver Selbstwert verbunden mit der Perspektive auch fachliche Fortschritte machen zu können.

