

# Algebra I

- Ausgabe C -

(ZweiPLUS für den Mathematikunterricht)

**Auszugsweise!!!**

# Algebra I

F. Rothe

Rothe, Frank:

„Algebra I“, - Ausgabe C - Lehrerband,

(ZweiPLUS für den Mathematikunterricht),

Einführung in die Algebra, unter besonderer  
Berücksichtigung der mathematischen Begabungen und  
der individuellen Lernpotenziale der SchülerInnen

3. überarbeitete und stark erweiterte Auflage

Alle Rechte vorbehalten!

© 2009 Frank Rothe, Salzburg, im Selbstverlag

Homepage: [www.calculemus.at](http://www.calculemus.at)

# Inhaltsverzeichnis

## Methodischer Teil

**Vorwort**.....2

**Einleitung**.....3

**Theoretische Hintergründe**.....5

Was ist Algebra? .....3

Zeitliche Struktur von ZweiPLUS .....6

Inhaltliche Struktur von ZweiPLUS .....10

Grundlegend .....10

Erweiternd .....11

Ergänzungen .....12

PLUS - Aufgaben .....12

Ressourcenecke .....12

Stützprojekte .....12

Interessensprojekte .....12

**Gruppen- und Teamarbeit** .....13

**Rolle des Lehrers** .....18

**Planung und Organisation** .....14

**Vielfältige Gestaltungsmöglichkeiten** .....14

Zeitplanung & inhaltliche Schwerpunkte .....14

Differenzierung .....17

Grundlegend & Erweiternd (1.Stufe).....17

PLUS (2. Stufe) .....18

Gruppenarbeit .....19

"Folge des Tages" .....20

Folgen im Kopfrechnen .....20

**Die tägliche Praxis** .....27

Allgemeines .....27

Stundenaufbau .....29

Vorbereitung der einzelnen Stunde .....30

**Übersicht zu den Inhalten und Lernzielen**.....32

Erste Übersicht der algebraischen Themen .....32

Detailübersicht der Inhalte und Lernziele .....33

## Aufgabenteil

**Übungen** (inkl. did. Anregungen) .....36

**Wiederholung und Vorbereitung** .....36

Übungen 1 .....36

Übungen 2 .....38

Übungen 3 (Wiederholung) .....40

**Formeln:**

**Vom numerischen zum algebraischen Rechnen**42

Übungen 4 .....42

Übungen 5 .....44

Ergänzung: Übungen 6 (Zuwachs).....46

Ergänzung: Übungen 7 (Parabel) .....48

**Ausmultiplizieren:**

**Produkte in Summen verwandeln** .....50

Übungen 8 .....50

Übungen 9 .....52

Übungen 10 (Wiederholung) .....54

**Ausklammern:**

**Summen in Produkte verwandeln** .....56

Übungen 11 .....56

Übungen 12 .....58

Übungen 13 .....60

Übungen 14 .....62

Übungen 15 (Viererausdrücke) .....64

**Dreierausdrücke und die Binomische Formel** ..66

Übungen 16 .....66

Übungen 17 .....68

Übungen 18 (Wiederholung).....70

Ergänzung: Übungen 19 .....72

**Übungen 20 (Gesamtwiederholung)** .....74

**Test: Algebra I**.....75

**PLUS – Folgen** (inkl. did. Anregungen) .....76

**Folgen fortsetzen** .....76

Folgen 1 .....76

Folgen2 .....78

**Folgen formulieren** .....80

Folgen 3 .....80

Folgen 4 .....82

**Folgen & Formeln** .....84

Folgen 5 .....84

Folgen 6 .....86

**Folgen im Alltag** .....88

Folgen 7 .....88

Folgen 8 .....90

Weitere Übungen .....92

Lösungen zu den Übungen .....94

Lösungen zu den Weiteren Übungen .....98

Mathematische Fachausdrücke .....99

# Vorwort

„Algebra I“ ist ein Mathematikprojekt zur Einführung der Algebra in der Mittelstufe. Es umfasst zu den wesentlichen Grundthemen umfangreiche Übungsmaterialien eingebunden in ein - Praxis erprobtes - didaktisches Konzept mit zahlreichen Hinweisen und Anregungen zur Gestaltung des eigenen Unterrichts.

„Algebra I“ orientiert sich zunächst an dem Buch von A. Bernhard „Algebra für die siebte und achte Klasse an Waldorfschulen“. Aus der Begabungsforschung bekannte „Grundbedingungen des (allg.) Lernprozesses“ werden aufgegriffen und in anspruchsvollen Lernaspekten umgesetzt. Besondere Berücksichtigung finden die mathematischen Begabungen und Interessen. Ein weiterer Schwerpunkt liegt auf dem Wechselspiel zwischen der Beherrschung von Rechentechniken einerseits und dem Verständnis algebraischer Hintergründe und Zusammenhänge andererseits. Praxis nahe Differenzierung und klar strukturierte Lernziele unterstützen vielfältige und individuelle Einsatzmöglichkeiten im Unterricht.



„Algebra I“ gliedert sich in verschiedene Abschnitte.

Die „**Übungen**“ bestehen aus einer Reihe – aufeinander aufbauender – Übungsblätter. Mit diesen lässt sich ein fachlich differenzierter Unterricht umsetzen (Grundlegend / Erweitend). Dabei ist jede Seite einem bestimmten Themenaspekt gewidmet. Die „Übungen“ können unmittelbar im Unterricht verwendet werden. Sie sollten direkt auf den Übungsblättern gelöst werden. Das spart Zeit und die SchülerInnen werden mehr Übungen zeitlich bewältigen.



Die „**PLUS - Folgen**“ zielen insbesondere auf das zunehmende Entwickeln eines Verständnisses für algebraische Zusammenhänge. Dabei sind die Schüler durch anspruchsvolle Lernaspekte unterschiedlich gefordert. Einige **Signalwörter** und **Symbole** geben Hinweise auf die Art der Aufgabe.



Die „**Weiteren Übungen**“ beinhalten – jedem Übungsblatt entsprechende – zusätzliche Übungen. Sie sind als Hausaufgaben oder zur eigenen Leistungskontrolle gedacht. Diese Aufgaben sollten in einem Extraheft gelöst werden. Das dauert zwar länger, dafür ist jedoch der Lernprozess tief greifender.

Die „**Ergänzungen**“ beinhalten zusätzliche, mögliche Schwerpunktsetzungen.

„Algebra I“ gibt es in zwei Ausgaben:

Ausgabe B - Schülerausgabe (für den Unterricht mit Lösungen zu den Übungen)

**Ausgabe C - Lehrerausgabe (Aufgabenband - inkl. Lösungen - und Ergänzungsband mit methodisch-didaktischen Hinweisen zum Unterricht)**

Über Fragen, Anregungen oder Verbesserungsvorschläge freue ich mich immer:

Frank Rothe, Samstr. 49 B, A-5023 Salzburg,  
Tel=Fax: 0043/662/665643

e-mail: frank.rothe@utanet.at  
homepage: www.calculemus.at

Langer Rede kurzer Sinn...

...und nun viel Spaß und Erfolg beim Lernen mit „Algebra I“

Frank Rothe

## Einleitung

Algebra I ist für die pädagogische Praxis entwickelt worden.

Der pädagogische Grundgedanke ist, jeden Schüler in seinem ganz individuellen Lern- und Entwicklungsprozess zu unterstützen und zu fördern. Seine spezifischen Fähigkeiten, Fertigkeiten und Kenntnisse sollen ihrem aktuellen Stand und ihrem Potenzial entsprechend berücksichtigt und (selbst) entwickelt werden. In diesem Sinne ist grundsätzlich jeder Schüler<sup>1</sup> begabt. Und Begabungsförderung meint eben genau diese Förderung jedweder Form der spezifischen Fähigkeiten eines jeden Schülers entsprechend seinem individuellen Lernpotenzial. Der Ausgangspunkt für eine solche Förderung bzw. des Lernprozess sind die individuellen Begabungen und Fähigkeiten des Schülers<sup>2</sup>.

Es entstehen zwei Schwerpunkte.

Der erste Schwerpunkt betrifft die mathematischen Fachkenntnisse und das mathematische Lernpotenzial jedes Schülers. Hier geht es um das sichere Erlernen und Einüben algebraischer Grundkenntnisse. Folgende Themen werden in „Algebra I“ behandelt:

- Vorrangregeln mit Klammern und Quadrieren
  - Begriff der Formel (Form-el)
  - Einsetzen von Zahlen in Formeln
  - Auflösen einer Klammer (Faktor und Klammer)
  - Ausmultipliziere zweier Klammern (zu Dreier- und Viererausdrücken)
  - Verwandeln von Dreierausdrücken in zwei Klammern (Zerlegen)
  - Verwandeln von Viererausdrücken in zwei Klammern (Zerlegen)
  - 1. binomische Formel
  - Einfache Rechnungen mit a
- (vgl. A. Bernhard „Algebra...“, Kap. 1 und 2)

Dies findet seinen Ausdruck in den „Übungen“. Sie orientieren sich zunächst an dem sehr praxisnahen Buch von A. Bernhard „Algebra für die siebte und achte Klasse an Waldorfschulen“<sup>3</sup>. Eigene Unterrichtserfahrungen bilden die Grundlage für eine weiterführende Differenzierung. Durch diese innere Gliederung der Übungen in „grundlegende Übungen“ und in „erweiternde Übungen“ wird das mathematische Lernpotenzial der Schüler berücksichtigt. Es werden algebraische Basiskenntnisse erarbeitet und vertiefend gefestigt.

Der zweite Schwerpunkt zielt auf die individuellen Begabungen und Interessen der Schüler ab. Die aus der Begabungsforschung bekannten Erkenntnisse über die verschiedenen Intelligenzen nach H. Gardner, die Intelligenztheorie nach R.

---

<sup>1</sup> Mit Schüler bzw. Lehrer ist auch immer gleichmaßen Schülerin bzw. Lehrerin gemeint.

<sup>2</sup> ... im Gegensatz zu einer Förderung, die ihren Ansatz primär in dem Ausgleichen von persönlichen Defiziten sieht.

<sup>3</sup> vgl. Bernhard, A. (1991): Algebra für die siebte und achte Klasse an Waldorfschulen. S. 70 ff. Stuttgart: Verlag Freies Geistesleben

Sternberg, die unterschiedlichen Denk-, Lern- und Ausdrucksstile entwerfen ein vielfältiges Bild der menschlichen Fähigkeiten, Begabungen und Lernwege.

Die PLUS-Aufgaben“ tragen diesen Rechnung. Hier werde die Schüler auf vielfältige Weise und besonderem Niveau gefordert und gefördert. Motivation, Engagement und Interessen sind gefragt. Der mathematisch-logischen Intelligenz kommt dabei naturgemäß – im Mathematikunterricht – eine besondere Bedeutung zu.

Zudem verfolgen die PLUS – Folgen in Algebra I zusätzlich den Sinn, ein tieferes Verständnis für Algebra, für algebraische Zusammenhänge aufzubauen. Verständnis der (algebraischen) Hintergründe und die reinen Rechentechniken ergänzen sich wechselseitig. Auch dem Kopfrechnen kommt in diesem Zusammenhang eine wichtige Rolle zu.

Diese beiden Schwerpunkte – der Erwerb mathematischer Fachkenntnisse mit seiner Lernpotenzial-orientierten Differenzierung in ZWEI Aufgabenniveaus und die Berücksichtigung des individuellen Fähigkeiten- und Begabungsprofils im Bereich der PLUS-Aufgaben – bilden die Grundelemente des so genannten ZweiPLUS - Unterrichtsmodells.

ZweiPLUS ist in diesem Sinne eine Form des differenzierten Unterrichts mit Begabungsförderung als selbstverständlichem, integralen Bestandteil.

Die Theorie von ZweiPLUS ist sehr vielseitig in der praktischen Umsetzung. Da die einzelnen Elemente sehr flexible handhabbar sind, kann ZweiPLUS leicht an viele bestehende Unterrichtsformen (-gewohnheiten) angepasst werden, m. a. W. “Sie können jetzt anfangen, mit ZweiPLUS zu unterrichten!“ (vgl. „Vielfältige Einsatzmöglichkeiten“ S.14)

Eine wesentliche Voraussetzung ist allerdings immer die ausreichend Berücksichtigung der Schüleraktivität. 50 bis 70% der Unterrichtszeit sollen den Schülern für individuelle Lernprozesse (d.h. für das selbstständige Lernen und Arbeiten) zur Verfügung stehen.

*50 bis 70% der Unterrichtszeit sollen den Schülern für individuelle Lernprozesse (d.h. für das selbstständige Lernen und Arbeiten) zur Verfügung stehen.*

**Abbildung 1:** Wesentliche Voraussetzung

**1. Ausmultiplizieren!**

- a)  $3 \cdot (a + 11) =$
- b)  $4 \cdot (a + 8) =$
- c)  $7 \cdot (a + 9) =$

**3. Ausmultiplizieren!**

- a)  $a \cdot (a + 3) =$
- b)  $a \cdot (a + 1) =$
- c)  $a \cdot (a + 12) =$

**5. Ausmultiplizieren!**

- a)  $4 \cdot (3a + 7) =$
- b)  $9 \cdot (8a + 11) =$
- c)  $3 \cdot (6a + 17) =$

**7. Ausmultiplizieren!**

- a)  $2a \cdot (a + 4) =$
- b)  $4a \cdot (a + 7) =$
- c)  $3a \cdot (a + 8) =$

**9.\* Ausmultiplizieren!**

- a)  $3a \cdot (9a + 2) =$
- b)  $7a \cdot (8a + 12) =$
- c)  $8a \cdot (9a + 4) =$

**11.\* Löse die Klammern auf!**

- a)  $(a + 3)(a + 9) =$
- b)  $(a + 8)(a + 7) =$
- c)  $(2a + 3)(4a + 5) =$
- d)  $(7a + 1)(5a + 3) =$
- e)  $(2a + 7)(3a + 2b) =$

**12.\*\* Ausmultiplizieren!**

- a)  $3 \cdot (2a^2 + 4a + 1) =$
- b)  $7a \cdot (4a^2 + 2a + 5) =$
- c)  $9ab \cdot (2a^2 + a + 2) =$
- d)  $5ab \cdot (a^2b + ab^2 + 1) =$
- e)  $a^2b \cdot (a^2b + ab^2 + ab) =$

**14.\* Ergänze die fehlenden Teile der Rechnung!**

- a)  $(\dots + \dots)(\dots + 4) = a^2 + \dots + \dots + \dots = \dots + \dots + 36$
- b)  $(\dots + \dots)(\dots + \dots) = \dots + \dots + 3a + \dots = a^2 + 10a + \dots$
- c)  $^*(3a + \dots)(\dots + 4) = \dots + \dots + 10a + \dots = 6a^2 + \dots + 55$

**2. Ausklammern!**

- a)  $6a + 30 =$
- b)  $7a + 35 =$
- c)  $8a + 32 =$

**4. Ausklammern!**

- a)  $a^2 + 4a =$
- b)  $a^2 + 10a =$
- c)  $a^2 + 11a =$

**6. Ausklammern!**

- a)  $10a + 15 =$
- b)  $21a + 35 =$
- c)  $44a + 33 =$

**8. Ausklammern!**

- a)  $3a^2 + 12a =$
- b)  $2a^2 + 10a =$
- c)  $7a^2 + 21a =$

**10.\* Ausklammern!**

- a)  $8a^2 + 14a =$
- b)  $14a^2 + 63a =$
- c)  $44a^2 + 77a =$

**13.\*\* Ausklammern!**

- a)  $20a^2 + 15a + 5 =$
- b)  $2a^3 + 55a^2 + 33a =$
- c)  $3a^3b + 21a^2b + 9ab =$
- d)  $2a^2b^3 + 2a^3b^2 + 4ab =$
- e)  $a^2b^3 + a^2b^4 + a^3b^3 =$

- a)  $8 \cdot 2 + 8 \cdot 3 + 8 \cdot 5 =$  b)  $9 \cdot 1 + 9 \cdot 5 + 9 \cdot 9 =$  c)  $3 \cdot 7 + 6 \cdot 7 + 11 \cdot 7 =$   
**3. Ausklammern!**  
 a)  $10 + 20 + 35 =$  b)  $35 + 49 + 63 =$  c)  $11 + 33 + 66 =$

### Weitere Übungen 12

- 1. Ausklammern!**  
 a)  $7a + 63 = \dots + \dots + \dots = \dots \cdot (\dots + \dots)$   
 b)  $8a + 24 =$  c)  $9a + 27 =$  d)  $a^2 + 9a =$  e)  $a^2 + 11a =$   
 f)  $a^2 + 4a =$  g)  $28 + 4a =$  h)  $45 + 5a =$  i)  $33 + 3a =$   
 j)  $12a + a^2 =$  k)  $13a + a^2 =$  l)  $a + a^2 =$  \*m)  $7a^2 + 21a =$

### Weitere Übungen 13

- 1. Ausmultiplizieren und Ausklammern im Wechsel!**  
 a)  $7 \cdot (a + 4) =$  b)  $9 \cdot (a + 6) =$  c)  $5a + 30 =$  d)  $11a + 22 =$   
 e)  $a \cdot (a + 9) =$  f)  $a \cdot (a + 1) =$  g)  $a^2 + 7a =$  h)  $a^2 + 5a =$   
 i)  $3a \cdot (a + 4) =$  j)  $7a \cdot (a + 8) =$  k)  $6a^2 + 42a =$  l)  $13a^2 + 39a =$   
 \*m)  $9a \cdot (2a^2 + 4a + 1) =$  \*n)  $13a \cdot (3a^2 + 2a + 1) =$   
 \*o)  $39a^3 + 26a^2 + 13a =$

### Weitere Übungen 14

- 1. Ausmultiplizieren und Ausklammern im Wechsel!**  
 a)  $9 \cdot (a + 7) =$  b)  $a \cdot (a + 6) =$  c)  $23a + 46 =$  d)  $a^2 + 23a =$   
 e)  $7 \cdot (3a + 2) =$  f)  $8 \cdot (7a + 1) =$  g)  $14a + 21 =$  h)  $33a + 55 =$   
 i)  $3a \cdot (5a + 2) =$  j)  $4a \cdot (7a + 1) =$  k)  $15a^2 + 6a =$  l)  $28a^2 + 4a =$   
 m)  $9a \cdot (2a + 3b) =$  n)  $4a \cdot (3a + 2b) =$  \*o)  $2a \cdot (7a + 6b) =$   
 \*p)  $14a^2 + 12ab =$

### Weitere Übungen 15 (Viererausdrücke)

- 1. Ausmultiplizieren!**  
 a)  $(6a + 2b) \cdot (9a + 7) =$  b)  $(9a + 5b) \cdot (7a + 3) =$   
 c)  $(2a + 9b) \cdot (3a + 2) =$  d)  $(2a + 4b) \cdot (6a + 1) =$   
**2. Rechne die Viererausdrücke in zwei Klammern um (Zerlegen!)**  
 a)  $42a^2 + 35a + 24ab + 20b =$  b)  $27a^2 + 18a + 21ab + 14b =$   
 c)  $6a^2 + 14a + 15ab + 35b =$  d)  $63a^2 + 27a + 7ab + 3b =$

### Weitere Übungen 16

- 1. Rechne die Dreierausdrücke in zwei Klammern um (Zerlegen)!**  
 a)  $a^2 + 11a + 18 =$  b)  $a^2 + 14a + 33 =$  c)  $a^2 + 8a + 7 =$   
 d)  $a^2 + 15a + 26 =$  e)  $a^2 + 14a + 13 =$  f)  $a^2 + 7a + 12 =$   
 g)  $a^2 + 13a + 36 =$  h)  $a^2 + 14a + 49 =$  i)  $a^2 + 20a + 64 =$   
**2. Suche alle Möglichkeiten für den zweiten Summanden, wenn der dritte gegeben ist!** a)  $a^2 + \dots + 36 =$

### Weitere Übungen 17

- 1. Rechne die Dreierausdrücke in zwei gleiche Klammern um (Zerlegen)!**  
 a)  $a^2 + 6a + 9 = (\dots + \dots) \cdot (\dots + \dots) = (\dots + \dots)^2$   
 b)  $a^2 + 12a + 36 =$  c)  $a^2 + 24a + 144 =$   
 d)  $a^2 + 2a + 1 =$  e)  $a^2 + 22a + 121 =$   
**2. Rechne aus! Mit Zwischenschritt!**

- a)  $(a + 9)^2 = \dots + 2 \cdot \dots + \dots = \dots + \dots + \dots$   
 b)  $(a + 3)^2 =$  c)  $(a + 5)^2 =$  d)  $(a + 8)^2 =$  e)  $(a + 15)^2 =$   
 \*f)  $(3a + 9)^2 =$

### Weitere Übungen 18 (Wiederholung)

- 1. Klammern auflösen! Mit Zwischenschritt!**  
 a)  $(a + 1)^2 = \dots + 2 \cdot \dots + \dots = \dots + \dots + \dots$   
 b)  $(a + 4)^2 =$  c)  $(a + 9)^2 =$  d)  $(a + 14)^2 =$  e)  $(a + 16)^2 =$   
**2. Rechne die Dreierausdrücke in zwei gleiche Klammern um! Mit Zwischenschritt!**  
 a)  $a^2 + 12a + 36 = \dots + \dots + \dots = (\dots + \dots)^2$   
 b)  $a^2 + 24a + 144 =$  c)  $a^2 + 18a + 81 =$  d)  $a^2 + 40a + 400 =$   
 e)  $a^2 + 32a + 256 =$   
**3. Ausmultiplizieren!**  
 a)  $(a + 7)(a + 8) =$  b)  $(a + 8)^2 =$  \*c)  $(a + 8)(b + 8) =$   
**4. Es stecken Fehler in der Aufgabenstellung. Verbessere ihn, damit sich der Dreierausdruck in Form von zwei gleichen Klammern schreiben läßt.**  
 a)  $a^2 + 14a + 40 = (\dots)^2$  \*b)  $a^2 + 14a + 36 = (\dots)^2$

### Ergänzung: Weitere Übungen 19

- 1. Berechne die Quadratzahlen mit Hilfe der 1. binomischen Formel! Rechne ausführlich!**  
 a)  $41^2 = (40 + 1)^2 = 40^2 + 2 \cdot 40 \cdot 1 + 1^2 = \dots + \dots + \dots =$   
 b)  $42^2 =$  c)  $43^2 =$   
**2. Berechne die Quadratzahlen - in einer Tabelle untereinander (Resultat)! Kürze ab! Ergänze den Zuwachs.**  
 a)  $61^2 = (60 + 1)^2 = \dots + \dots + \dots =$  b)  $62^2 =$  c)  $63^2 =$   
 d)  $64^2 =$  e)  $65^2 =$  f)  $66^2 =$  g)  $67^2 =$  h)  $68^2 =$  i)  $69^2 =$

### Lösungen zu Übungen 13

1. a)  $3a+33$ , b)  $4a+32$ , c)  $7a+63$   
2. a)  $6 \cdot (a+5)$ , b)  $7 \cdot (a+5)$ , c)  $8 \cdot (a+4)$   
3. a)  $a^2+3a$ , b)  $a^2+a$ , c)  $a^2+12a$   
4. a)  $a \cdot (a+4)$ , b)  $a \cdot (a+10)$ , c)  $a \cdot (a+11)$   
5. a)  $12a+28$ , b)  $72a+99$ , c)  $18a+51$   
6. a)  $5 \cdot (2a+3)$ , b)  $7 \cdot (3a+5)$ , c)  $11 \cdot (4a+3)$   
7. a)  $2a^2+8a$ , b)  $4a^2+28a$ , c)  $3a^2+24a$   
8. a)  $3a \cdot (a+4)$ , b)  $2a \cdot (a+5)$ , c)  $7a \cdot (a+3)$   
\*9. a)  $27a^2+6a$ , b)  $56a^2+84a$ , c)  $72a^2+32a$   
\*10. a)  $2a \cdot (4a+7)$ , b)  $7a \cdot (2a+9)$ , c)  $11a \cdot (4a+7)$   
\*11. a)  $a^2+12a+27$ , b)  $a^2+15a+56$ , c)  $8a^2+22a+15$ ,  
d)  $35a^2+26a+3$ , \*e)  $6a^2+4ab+21a+14b$ , \*f)  $6a^2+15a+14ab+35b$   
\*\*12. a)  $6a^2+12a+3$ , b)  $28a^3+14a^2+35a$ , c)  $18a^3b+9a^2b+18ab$ ,  
d)  $5a^3b^2+5a^2b^3+5ab$ , e)  $a^4b^2+a^3b^3+a^3b^2$   
\*\*13. a)  $5 \cdot (4a^2+3a+1)$ , b)  $11a \cdot (2a^2+5a+3)$ , c)  $3ab \cdot (a^2+7a+3)$ ,  
d)  $2ab \cdot (ab^2+a^2b+2)$ , e)  $a^2b^3 \cdot (1+b+a)$   
\*14. a)  $(a+9) \cdot (a+4) = a^2+4a+9a+36 = a^2+13a+36$   
b)  $(a+3) \cdot (a+7) = a^2+7a+3a+21 = a^2+10a+21$   
\*\*c)  $(3a+5) \cdot (2a+11) = 6a^2+33a+10a+55 = 6a^2+43a+55$

### Lösungen zu Weitere Übungen 13

1. a)  $7a+24$ , b)  $9a+54$ , c)  $5 \cdot (a+6)$ , d)  $11 \cdot (a+2)$ ,  
e)  $a^2+9a$ , f)  $a^2+a$ , g)  $a \cdot (a+7)$ , h)  $a \cdot (a+5)$   
i)  $3a^2+12a$ , j)  $7a^2+56a$ , k)  $6a \cdot (a+7)$ , l)  $13a \cdot (a+3)$ ,  
\*m)  $18a^3+36a^2+9a$ , \*n)  $39a^3+26a^2+13a$ ,  
\*o)  $13a \cdot (3a^2+2a+1)$

Muster! Nicht kopieren!

## Hinweise & Anregungen 13

... für  
LehrerInnen

**Ziele:** Ausklammern und Ausmultiplizieren im Wechsel (einführend)  
Hintergründe: \* Folgen: Einsetzen in Formeln

Rechenverfahren: \* Ausklammern und Ausmultiplizieren im Wechsel

### Kopfrechnen:

1. Einsetzen in Formeln

### Tafelaufgaben:

1.  $8 \cdot (a + 6)$
2.  $3 \cdot (a + 9)$
3.  $2a + 28$
4.  $7a + 28$
5.  $a \cdot (a + 9)$
6.  $a \cdot (a + 4)$

7.  $a^2 + 2a$
8.  $a^2 + 17a$
9.  $5 \cdot (6a + 4)$
10.  $14a + 10$

... differenziert  
unterrichten!

### Anmerkungen:

1. Zu „Einsetzen in Formeln“ im KR: erst wieder wie gewohnt kurz Folgen fortsetzen; am besten direkt in der senkrechten Schreibweise; Formulieren; Formel ergänzen; dann die Frage umkehren... „Die Formel ist bekannt. Kannst du die Folge ansagen?...“ (vgl. auch unbedingt „Folgen im Kopfrechnen s. S. 21 u. 25), nimm dir etwas Zeit hierfür...
2. Die Schüler rechnen gerne zuerst alle Aufgaben mit „Ausmultiplizieren“ und anschließend alle mit „Ausklammern“. Halte sie zum Wechseln an!

... konkrete Tipps  
für den  
Unterrichtsalltag!

... anspruchsvolle  
Lernaspekte bei  
den PLUS –  
Folgen!

... eine Folge zum  
Knobeln für jeden  
Tag!

### Differenzierung

GL	EW
1	1 a)
2	2 a)
3	3 a)
4	4 a)
5	5 a)
6	6 a)
7	9
8	10
	11
	12
	13
	14

### PLUS - Folgen

- Zeit: ja
- für: PF 6
- Wichtig!  
s. S. 86

### Folge des Tages

3  
6  
11  
18  
27  
38  
51  
...  
...  
...

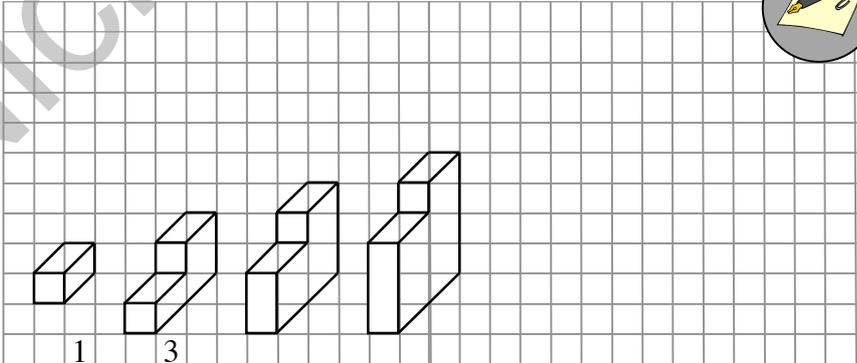
## Folgen

... Wissen anspruchsvoll vertiefen & anwenden!

1. **Folgen...** fortsetzen und formulieren! Beschreibe jeweils die Veränderung.
- a) 8    16    24    32    40    ...    ...    ...
- b) 3    11    19    27    35    ...    ...    ...
- c) 100    94    88    82    76    ...    ...    ...
- 2.\* **Folgen...** fortsetzen und formulieren! Beschreibe jeweils Anfangszahl und Veränderung.
- a) 210    216,7    223,4    230,1    236,8    ...    ...    ...
- b) 11    22    17    34    29    58    ...    ...
- c) 2,3    3,4    5,6    10    18,8    36,4    ...    ...
- 3.\* **Fehlerhaft?** „Lehrer Bruch überlegt sich eine Zahlenfolge: Sie beginnt mit 1 und wird immer um 0,5 größer. Dann schreibt er die ersten fünf Zahlen an die Tafel.“ Das sieht so aus:
- a) Wie hat Lehrer Bruch vermutlich gedacht? Worauf muss er nächstes Mal besonders achten? Wie lautet die verbesserte Folge?
- b) „Dafür hat meine Folge aber ein „Ziel!“ behauptet Lehrer Bruch. Setze einmal beide Folgen fort. Fällt dir etwas auf? Was könnte Lehrer Bruch gemeint haben? Erläutere!
- Lehrer Bruchs Folge:*

$$\frac{1}{1}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{4}{7}, \frac{5}{9}, \dots$$

*Deine verbesserte Folge:*

$$\frac{1}{1}, \quad - \quad , \quad - \quad , \quad - \quad , \quad \dots$$
4. **Gebäude – Folge!** Hier siehst du ihre ersten vier Gebäude...
- a) Zeichne das fünfte und sechste Gebäude hinzu.
- b) Beschreibe in Worten die Form (und Teilformen) der Gebäude. Wie verändern sie sich?
- 
- c) Aus wie vielen Bausteinen bestehen die Gebäude? Zähle nach und schreibe die Anzahl darunter.
- d) Überlege aus wie vielen Bausteinen vermutlich das siebte Gebäude besteht? Zeichne es zur Kontrolle!
- e)\* Aus wie vielen Bausteinen besteht vermutlich das hundertste Gebäude? Erläutere deine Antwort!
5. **Papier falten!** Besorge dir ein normales DinA 4 Papierblatt.
- a) Versuche das Papier so oft wie möglich zu falten. Nimm nötigenfalls Werkzeug zur Hilfe. Wann wird es schwierig? Wie weit kommst du zu guter Letzt?
- b) Lege eine Tabelle an: „Wie oft gefaltet...“ und „Anzahl der Seiten“. Ergänze die Tabelle anhand deines Papiers. Versuche die Tabelle fortzusetzen.
- c)\* Überlege erfinderisch! Wie oft müsstest du das Papierblatt falten, bis es so dick wäre, wie dein Klassenzimmer hoch ist?
- | Wie oft gefaltet... | Anzahl der „Seiten“ |
|---------------------|---------------------|
| 0                   | 1                   |
| 1                   | 2                   |
| ...                 | ...                 |

1. Von einer Formel ist der Teil  $(a+1) \cdot (9-a)$  bekannt.

Setze die angegebenen Zahlen für a ein. Rechne aus! Zeichne die Punkte ein.

$$a \quad (a+1) \cdot (9-a) = \text{Resultat}$$

1

2

3

$$4 \cdot 6 = 24$$

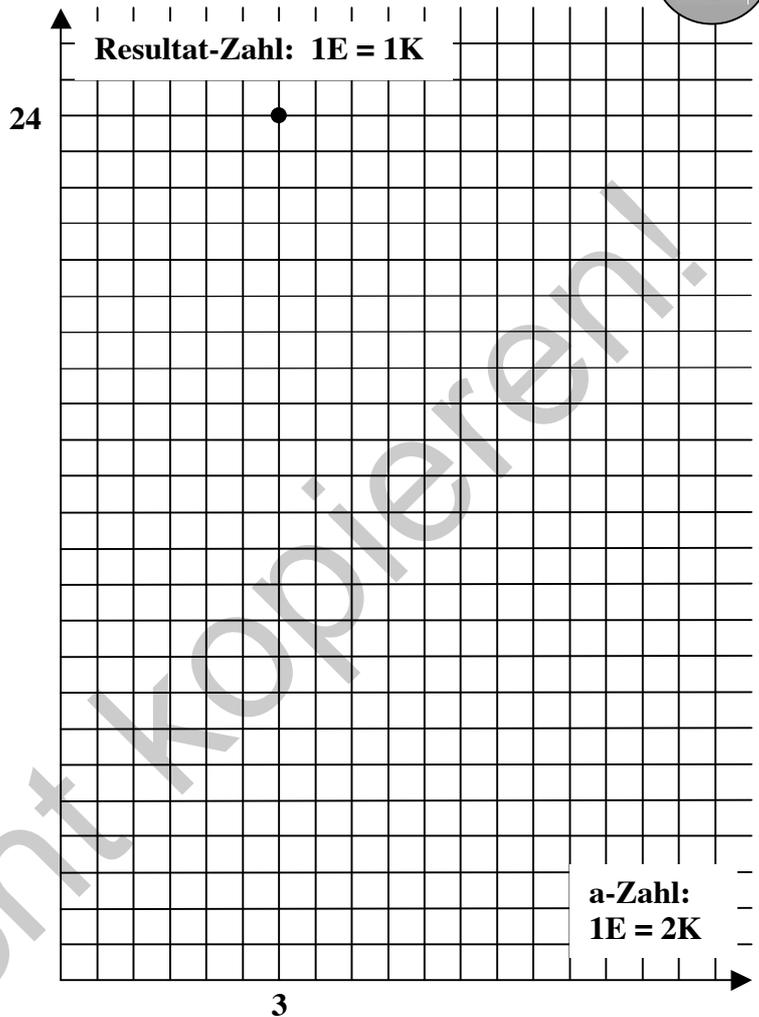
4

5

6

7

8



2. Von einer Formel ist der Teil  $(a+1) \cdot (13-a)$  bekannt.

EXTRABLATT!!!

- Setze die Zahlen von 1 bis 12 (vgl. Nr.1) für a ein. Rechne aus! Zeichne die Punkte.
- Berechne den Zuwachs. Wo erscheint der Zuwachs (jeweils) in der Zeichnung? Zeichne einen Zuwachs beispielhaft ein.

- 3.\* Von einer (gemeinsamen) Formel ist der Teil  $(a+1) \cdot (14-a)$  bekannt. EXTRABLATT!!!

- Setze die Zahlen von 1 bis 13 (vgl. Nr. 1) für a ein. Rechne aus! Zeichne die Punkte.
- Berechne den Zuwachs. Wo erscheint der Zuwachs (jeweils) in der Zeichnung? Zeichne einen Zuwachs beispielhaft ein.
- Wo liegt der allerhöchste Punkt in der Zeichnung? Rechne nach!

- 4.\* Von Nr. 3 lautet die vollständige (gemeinsame) Formel  $(a+1) \cdot (14-a) = 13a - a^2 + 14$

- Wie kommt man zu dieser Formel? Kannst du das nachrechnen? Erläutere deinen Rechenweg.
- Überprüfe auch noch diese Formel zusätzlich durch Einsetzen einiger Zahlen für a.



a	$(a+1) \cdot (14-a) =$	$13a - a^2 + 14 =$
...		
...		
** 14		
...		

1. Klammern auflösen! Mit Zwischenschritt! (1. binomische Formel)

- a)  $(a+6)^2 = \dots + 2 \cdot \dots + \dots = \dots + \dots + \dots$   
 b)  $(a+5)^2 =$   
 c)  $(a+12)^2 =$   
 d)  $(a+1)^2 =$

2. Rechne die Dreierausdrücke in zwei gleiche Klammern um...  
 ... mit Zwischenschritt!

- a)  $a^2 + 8a + 16 = \dots + \dots + \dots = (\dots + \dots)^2$       b)  $a^2 + 4a + 4 =$   
 c)  $a^2 + 14a + 49 =$       d)  $a^2 + 20a + 100 =$   
 e)  $a^2 + 6a + 9 =$       f)  $a^2 + 30a + 225 =$

3. Dreierausdrücke (mit verschiedenen Klammern) – ausmultiplizieren und zerlegen!

- a)  $(a+10)(a+2) =$       b)  $a^2 + 8a + 12 =$   
 c)  $(a+4)(a+8) =$       d)  $a^2 + 8a + 15 =$   
 e)  $(a+1)(a+12) =$       f)  $a^2 + 10a + 9 =$

4. Viererausdrücke – ausmultiplizieren und zerlegen!

- a)  $(3a+b)(6a+7) =$       b)  $(8a+3)(a+2b) =$   
 c)  $14a^2 + 35a + 2ab + 5b = \dots \cdot (\dots + \dots) + \dots \cdot (\dots + \dots) = (\dots + \dots)(\dots + \dots)$

5. Berechne die Quadratzahlen mit Hilfe der 1. binomischen Formel! Kürze ggf. ab!

- a)  $63^2 = (60+3)^2 = \dots + 2 \cdot \dots + 1^2 = \dots + \dots + \dots =$   
 b)  $221^2 = (\dots + \dots)^2 =$

6.\* Überlege zuvor: Dreierausdruck, Binom. Formel, Viererausdruck,...? Multipliziere aus!

- a)  $(a+1)^2 =$       b)  $(a+10)(a+4) =$   
 c)  $(3a+9)(4a+2b) =$       d)  $(2a+1)(2a+3) =$   
 e)  $(2a+3)^2 =$   
 f)  $(5+3b)(5+3b) =$       g)  $(a^2+b)(4+b) =$   
 h)  $(a^4+1)(a^4+1) =$       i)  $(2a^4+1)^2 =$

7.\* Es stecken Fehler in der Aufgabenstellung. Verbessere diesen, damit sich der Dreierausdruck in Form von zwei gleichen Klammern schreiben lässt.

- a)  $a^2 + 16a + 20 = (\quad)^2$       b)  $a^2 + 22a + 55 = (\quad)^2$   
 c)  $a^2 + 5a + 25 = (\quad)^2$       d)\*  $a^2 + 10a + 16 = (\quad)^2$

8.\*\* Rechne die Dreierausdrücke in zwei – manchmal gleiche – Klammern um! Wie erkennst du an der Aufgabenstellung, dass es zwei gleiche Klammern sind?

- a)  $a^2 + 34a + 289 =$       b)  $121a^2 + 154a + 49 =$   
 c)  $a^2 + 16a + 15 =$       d)  $4a^2 + 24a + 35 =$   
 e)  $16a^2 + 40ab + 25b^2 =$       f)  $25a^4 + 30^2 a + 9 =$   
 g)  $16a^2 + 16a + 3 =$       h)  $3a^2 + 13a + 14 =$   
 Probe d. Ausmultipl.      Probe d. Ausmultipl.

# Planung und Organisation mit „Algebra I“ (ZweiPLUS)

## Vielfältige Gestaltungsmöglichkeiten

### Zeitliche Planung und inhaltliche Schwerpunkte

Die Leitideen von ZweiPLUS sind

1. die Schüler entsprechen ihrem individuellen Lernpotenzial zu fördern,
2. die Begabungen und Interessen der Schüler zu berücksichtigen und
3. die äußere Struktur von ZweiPLUS so flexibel zu gestalten, dass eine leichte Umsetzbarkeit in der Praxis gewährleistet ist, um so die beiden ersten Grundgedanken möglichst leicht, schnell und unkompliziert Realität werden zu lassen.

In diesem Sinn: „Fangen Sie jetzt an mir ZweiPLUS zu unterrichten! Beherzigen Sie das Motto: Klein anfangen... dafür aber jetzt anfangen! Sie werden Ihre Erfahrungen machen und immer mehr von ZweiPLUS umsetzen können!“

Die strukturellen Einsatzmöglichkeiten von ZweiPLUS sind ausgesprochen vielseitig. Durch seine Strukturelemente (grundlegende Aufgaben, erweiternde Aufgaben, PLUS-Aufgaben – mit/ohne Ressourcenecke, Stütz- und Interessensprojekte) ist ZweiPLUS flexibel handhabbar und sehr anpassungsfähig an bestehende Unterrichtsformen.

<b>Möglicher Schwerpunkt: Übungen</b>	
Zunächst im Unterricht arbeiten mit...	<ul style="list-style-type: none"><li>• Kopfrechnen</li><li>• „Folge des Tages“</li><li>• Übungen (grundlegend/erweiternd)</li></ul>
Später im Jahr...	<ul style="list-style-type: none"><li>• PLUS - Folgen</li></ul>

**Abbildung 9:** Möglicher Schwerpunkt: Übungen

Sie können beispielsweise zunächst einen Schwerpunkt auf die Übungen und das Kopfrechnen legen. Durch die Differenzierung in grundlegende und erweiternde Aufgaben werden die Schüler in ihrem individuellen Lernpotenzial gefördert. Welche Aufgaben grundlegend bzw. erweiternd sind, ist nicht fix vorgegeben. Der Lehrer kann an dieser Stelle – mit Blick auf die jeweilige Klasse – selber gezielt differenzieren. Ferner stellt die Einteilung und Absprache, welche Schüler an den grundlegenden bzw. den erweiternden Übungen arbeiten, eine weitere Differenzierungsmöglichkeit im Sinne einer Anpassung an die individuelle Schülersituation und an die bisher bestehenden Unterrichtsformen dar.

So sind mit Algebra I Unterrichtsformen denkbar, bei denen z.B. der größte Teil der Klasse sehr umfangreiche grundlegende Aufgaben (=alle Übungen sind Grundlegend) bearbeitet, bis hin zu Unterrichtsvarianten, bei denen die Schüler sehr selbstständig an ihren jeweiligen grundlegenden oder erweiternden Aufgaben arbeiten. **In diesem Falle sollten sich der Lehrer noch zusätzlich Übungen konkret angepasst für seine Klasse überlegen.** Die PLUS-Aufgaben haben bei dieser Variante mehr den Charakter von Zusatzaufgaben für einzelne Schüler. Oder die PLUS-Aufgaben werden später im Jahr als eigenständige Einheit zur Vertiefung und Auffrischung der Algebra behandelt.

<b>Möglicher Schwerpunkt: Übungen &amp; PLUS</b>	
Im Unterricht direkt arbeiten mit...	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Kopfrechnen</li> <li>• „Folge des Tages“</li> <li>• Übungen (grundlegend/erweiternd)</li> <li>• PLUS - Folgen</li> </ul>

**Abbildung 10:** Möglicher Schwerpunkt: Übungen & PLUS

Die Übungen können auch – idealer Weise – direkt mit den PLUS-Aufgaben kombiniert zum Einsatz kommen.

PLUS - Folgen legt nochmals besonderen Wert auf das Verständnis algebraischer Zusammenhänge. Das Thema der Folgen wird in den unterschiedlichen Facetten aufgegriffen. Vom einfachen „Fortsetzen einer Folge“ bis zu „dreidimensionalen Folgen werden die Schüler vielfältig in ihren Denkfertigkeiten angesprochen. Am Beispiel einer Telefonrechnung erleben die Schüler den praktischen Nutzen und die Anwendbarkeit der Algebra (Modellieren).

Das Verstehen von Zusammenhängen und das reine Ausführen von Rechenverfahren bilden hier eine wechselseitig sich vertiefende Einheit. Gedankliches Erfassen und handelndes Umsetzen unterstützen sich. Lernen erfolgt in Stufen!

Nicht in jeder Stunde werden die Schüler auch noch Zeit für die PLUS-Aufgaben haben. Da erfordert es vom Lehrer etwas Fingerspitzengefühl was die Erwartungen an die Arbeit betrifft. Aus diesem Grunde ist bei den „Hinweise & Anregungen“ (s. ab S. 36) immer ein kleiner Vermerk bzgl. der aktuellen Einsatzmöglichkeit der PLUS - Folgen gemacht. Bei der Stoffübersicht ist eine entsprechende Zusammenfassung. Die Schüler haben bei den Übungen einen kleinen Hinweis, welche PLUS - Folgen gut zu den aktuellen Übungen passen würde. Wichtig: Dies sind Erfahrungen aus meinem eigenen Unterricht entstanden und unbedingt als Vorschlag und Anregung zu verstehen. Nicht als: So muss es sein (vgl. „Differenzierung“ ab S. 17)!

Die zusätzliche Arbeit mit einer Ressourcenecke kann sich später entwickeln. Hierfür ist Extramaterial notwendig.

Stütz- und Interessensprojekte können im Laufe der Zeit hinzukommen. Sie sind sehr individuelle Formen der Förderung bzw. des selbstständigen Lernens. Um späteren Enttäuschungen auf Schüler- und Lehrerseite vorzubeugen, sind für solche Projekte gute Vorplanung und klare Ziele wichtig.

Auch die zeitlichen Einsatzmöglichkeiten von Algebra I sind sehr vielfältig. Mit Algebra I kann sowohl in Einzel- als auch in Blockstunden unterrichtet werden. Diese können über mehrere Wochen verteilt liegen (z.B. zweimal pro Woche). Ebenso denkbar ist eine konzentrierte Zeitstruktur als Projekt (bzw. Epoche).

Algebra I eignet sich ebenso zum Erarbeiten der mathematischen Inhalte wie zum wiederholenden und vertiefenden Üben.

Als wesentliche Voraussetzung bleibt allerdings immer die ausreichende Berücksichtigung der Schüleraktivität. 50 bis 70% der Unterrichtszeit sollen den Schülern für individuelle Lernprozesse (d.h. für das selbstständige Lernen und Arbeiten) zur Verfügung stehen.

*50 bis 70% der Unterrichtszeit sollen den Schülern für individuelle Lernprozesse (d.h. für das selbstständige Lernen und Arbeiten) zur Verfügung stehen.*

**Abbildung 11:** Wesentliche Voraussetzungen

# Übersicht zu den Inhalten und Lernzielen

## Erste Übersicht der algebraischen Themen

### Wiederholung und Vorbereitung

Übungen 1	Vorrangregeln (mit Klammern und Quadrieren)
Übungen 2	Multiplizieren einmal anders - einführend
Übungen 3 (Wiederholung)	Multiplizieren einmal anders – wiederholend und fortsetzend

### Formeln: Vom numerischen zum algebraischen Rechnen

Übungen 4	Übergang vom numerischen zum algebraischen Rechnen – die ersten Formeln
Übungen 5	Überprüfen von Formeln
Ergänzung: Übungen 6 (Zuwachs)	Überprüfen von Formeln – mit Zuwachs
Ergänzung: Übungen 7 (Parabel)	Geometrische Veranschaulichung von Formeln – die Parabel

### Ausmultiplizieren: Produkte in Summen verwandeln

Übungen 8	Ausmultiplizieren und Auflösen von Klammern (einführend)
Übungen 9	Ausmultiplizieren und Auflösen von Klammern (vertiefend)
Übungen 10 (Wiederholung)	Wiederholungen

### Ausklammern: Summen in Produkte verwandeln

Übungen 11	Einführung des Ausklammerns
Übungen 12	Ausklammern – Fortsetzung
Übungen 13	Ausklammern und Ausmultiplizieren im Wechsel (einführend)
Übungen 14	Ausklammern und Ausmultiplizieren im Wechsel (vertiefend)
Übungen 15 (Viererausdrücke)	Viererausdrücke in zwei Klammern verwandeln (zerlegen)

### Dreierausdrücke und die Binomische Formel

Übungen 16	Dreierausdrücke in zwei Klammern verwandeln (zerlegen)
Übungen 17	1. binomische Formel – ausmultiplizieren und zerlegen (einführend)
Übungen 18 (Wiederholung)	1. binomische Formel – ausmultiplizieren und zerlegen (wiederholend und vertiefend)
Ergänzung: Übungen 19	1. binomische Formel – numerische Beispiele mit Zuwachs

<b>Übungen 20</b> (Gesamtwiederholung)	Wiederholungen
---	----------------

### Test: Algebra I

Abbildung 21: Erste Übersicht der algebraischen Themen

## Hinweise & Anregungen 13

... für  
LehrerInnen

**Ziele:** Ausklammern und Ausmultiplizieren im Wechsel (einführend)  
Hintergründe: \* Folgen: Einsetzen in Formeln

Rechenverfahren: \* Ausklammern und Ausmultiplizieren im Wechsel

### Kopfrechnen:

1. Einsetzen in Formeln

### Tafelaufgaben:

1.  $8 \cdot (a + 6)$
2.  $3 \cdot (a + 9)$
3.  $2a + 28$
4.  $7a + 28$
5.  $a \cdot (a + 9)$
6.  $a \cdot (a + 4)$

7.  $a^2 + 2a$
  8.  $a^2 + 17a$
  9.  $5 \cdot (6a + 4)$
  10.  $14a + 10$
- (7a + 8)  
5a

... differenziert  
unterrichten!

### Anmerkungen:

1. Zu „Einsetzen in Formeln“ im KR: erst wieder wie gewohnt kurz Folgen fortsetzen; am besten direkt in der senkrechten Schreibweise; Formulieren; Formel ergänzen; dann die Frage umkehren... „Die Formel ist bekannt. Kannst du die Folge ansagen?...“ (vgl. auch unbedingt „Folgen im Kopfrechnen“ s. S. 21 u. 25), nimm dir etwas Zeit hierfür...
2. Die Schüler rechnen gerne zuerst alle Aufgaben mit „Ausmultiplizieren“ und anschließend alle mit „Ausklammern“. Halte sie zum Wechseln an!

... konkrete Tipps  
für den  
Unterrichtsalltag!

... anspruchsvolle  
Lernaspekte bei  
den PLUS –  
Folgen!

... eine Folge zum  
Knobeln für jeden  
Tag!

### Differenzierung

GL	EW
1	1 a)
2	2 a)
3	3 a)
4	4 a)
5	5 a)
6	6 a)
7	9
8	10
	11
	12
	13
	14

### PLUS - Folgen

- Zeit: ja
- für: PF 6
- Wichtig!  
s. S. 86

### Folge des Tages

3  
6  
11  
18  
27  
38  
51  
...  
...  
...