

# **Lernen individualisieren - Begabungen fördern**

Diplomarbeit zur Erlangung des ECHA-Diplom

Eingereicht von

**Frank Rothe**

Salzburg, am 16. April 2004

# Inhaltsverzeichnis

	<b>Zusammenfassung</b>	<b>(6)</b>
<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>(7)</b>
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundbedingungen des Lernprozesses</b>	<b>(9)</b>
2.1	<b>Differenziertes Begabungs- und Talentmodell nach Gagné</b>	<b>(9)</b>
2.2	<b>Natürlichen Fähigkeiten</b>	<b>(13)</b>
2.2.1	Triarchische Intelligenzmodell nach Sternberg	(13)
2.2.2	Erfolgsintelligenz nach Sternberg	(14)
2.2.3	Intelligenzen nach Gardner	(15)
2.2.4	Kreativität nach Cropley	(17)
2.3	<b>Intrapersonale Katalysatoren</b>	<b>(20)</b>
2.3.1	Motivation	(20)
2.3.2	Kausalattributionstheorie	(23)
2.3.3	Lernstil und Lernstiltypen	(25)
2.3.4	Denkstile nach Sternberg	(27)
2.4	<b>Umweltbedingte Katalysatoren</b>	<b>(29)</b>
2.4.1	Klassenklima und die sozialunterstützende Rolle des Lehrer	(29)
2.4.2	Bedeutung von Gruppen- bzw. Niveaubildungen	(31)
2.4.3	Umgang mit Lob und Anerkennung	(32)
2.4.4	Umweltfaktoren im Systemmodell nach Csikszentmihalyi	(34)
2.5	<b>Entwicklungsprozess</b>	<b>(35)</b>
2.5.1	Flow	(36)
2.5.2	“Deliberate practice” nach Ericsson	(37)
2.5.3	Expertiseforschung	(38)
2.5.4	Eigenschaften eines kompetenzgenerierenden Entwicklungsprozesses	(39)
2.6	<b>Spezielle Lernbedürfnisse</b>	<b>(41)</b>
2.6.1	Lernbedürfnisse bei unterschiedlichem Lernpotenzial	(41)
2.6.2	Lernbedürfnisse begabter Schüler	(42)
2.7	<b>Zusammenfassung der Grundbedingungen des (allg.) Lernprozesses</b>	<b>(44)</b>

<b>3</b>	<b>Praktische Umsetzung der Grundbedingungen des Lernprozesses</b>	<b>(46)</b>
<b>3.1</b>	<b>Differenzierung</b>	<b>(46)</b>
3.1.1	Differenzierung gemäß dem individuellen Entwicklungsstandes nach Meister	(47)
3.1.2	Interessenorientierte Differenzierung	(48)
3.1.3	Offener Unterricht	(49)
3.1.4	Frontalunterricht	(50)
<b>3.2</b>	<b>Akzeleration und Enrichment</b>	<b>(51)</b>
3.2.1	Drehtür-Modell nach Renzulli	(52)
3.2.2	Schulisches Enrichment Modell SEM	(53)
3.2.3	Compacting	(56)
<b>4</b>	<b>ZweiPLUS als Modell des individualisierten Lernen</b>	<b>(58)</b>
<b>4.1</b>	<b>ZweiPLUS als didaktisches Konzept</b>	<b>(58)</b>
4.1.1	Ausgangssituation des ZweiPLUS Konzeptes	(58)
4.1.2	Pädagogische Grundgedanken von ZweiPLUS	(61)
4.1.3	Äußere Struktur und Aufbau von ZweiPLUS	(61)
<b>4.2</b>	<b>ZweiPLUS in der Praxis</b>	<b>(67)</b>
4.2.1	Rahmenbedingungen des ZweiPLUS Projektes	(67)
4.2.2	Durchführung und Erfahrungen aus dem ZweiPLUS Projekt	(70)
4.2.3	Fragen zur Übertragbarkeit und Modifizierung von ZweiPLUS	(76)
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>(78)</b>
<b>Anhang F</b>	<b>Formularvorlage “Ersteinschätzung der PLUS-Aufgabe: “</b>	<b>(F)</b>
<b>Anhang M</b>	<b>Unterrichtsmaterialien zum ZweiPLUS Projekt</b>	<b>(M)</b>

## **Zusammenfassung**

Die vorliegende Arbeit "Lernen individualisieren - Begabungen fördern" untersucht die Frage, wie es möglich ist, jeden einzelnen Schüler seinen individuellen Fähigkeiten und Begabungen entsprechend bestmöglich in der Schule zu fördern.

Die Grundidee ist theoretische Grundbedingungen des Lernprozesses aufzuzeigen und aus diesen ein pädagogisches Konzept zur Begabungs- und Begabtenförderung in der Schule abzuleiten.

In Anlehnung an Gagnés "Differenziertes Begabungs- und Talentmodell" werden im ersten Teil Forschungsergebnisse und Resultate aus der Begabungsforschung zusammengetragen. Sie bilden die theoretischen Grundbedingungen des (allg.) Lernprozesses.

Im zweiten Abschnitt werden bestehende didaktische Konzepte und Modelle betrachtet, die diese Grundbedingungen bereits in der Praxis des Schulalltages umsetzen. "Differenzierung" und "Akzeleration und Enrichment" sind hier zentrale Begriffe.

Der letzte Teil entwickelt die Theorie und Praxis von "ZweiPLUS" als einer flexibel strukturierten Unterrichtsform, die sich den individuellen Lernbedingungen (Lernpotenzial, Begabungsprofil, ...) und Entwicklungsprozessen der einzelnen Schüler anzupassen vermag. ZweiPLUS ist eine Form des differenzierten Unterrichtes mit Begabungsförderung als integralem Bestandteil. Zudem ist der Übergang von der Begabungsförderung zur Begabtenförderung in ZweiPLUS fließend gestaltet. Ein konkretes ZweiPLUS Projekt im Fach Mathematik (8. Schulstufe) wird vorgestellt. Aus diesen Erfahrungen heraus wird ZweiPLUS kritisch hinterfragt und Aspekte der Weiterentwicklung aufgezeigt.

Der Anhang enthält die Unterrichtsmaterialien für das ZweiPLUS Projekt. Zum Teil sind sie selbst entwickelt, zum Teil habe ich mich bei Bernhard (1991) anregen lassen.

# 1 Einleitung

Ein Blick in die heutigen Schulhäuser zeigt eine weitverbreitete Diskrepanz zwischen Schülerbedürfnissen, Möglichkeiten der Schule und gesellschaftlicher Situation.

Einerseits zeigen die jungen Menschen herausragende Leistungen, andererseits gehören Teilleistungsschwächen und der Umgang mit solchen zum Schüleralltag. Es erscheint als würde die Bandbreite der individuellen Fähigkeiten und Begabungen immer weiter gestreut, der Lernprozess vermehrt durch das lernende Individuum, dessen momentanen Möglichkeiten und Eigenheiten mitbestimmt.

Die Wirtschaft als versorgend-produzierender Teil der Gesellschaft ruft heute mit lauter Stimme nach Menschen die gut im Team arbeiten können. Persönliche Flexibilität ist ebenso gefragt wie Einfühlungsvermögen in eine Sachlage und Durchsetzungsvermögen. Selbständigkeit in Lern- und Arbeitsprozessen wird vorausgesetzt. Im Gegensatz zum Fachwissen gewinnen die persönlichen Eigenschaften und Kompetenzen des Einzelnen zunehmend an Bedeutung.

Der Schule kommt in unserer westlichen Welt eine zentrale Schlüsselfunktion für den "Eintritt" in die Gesellschaft zu. Wie gelingt es der Schule mit den individuellen Schülerbedürfnissen und der gesellschaftlichen Erfordernissen umzugehen? Viele sprechen in den Zeiten der PISA-Studie vom Wert der All-gemeinbildung und von der Schaffung von Leistungsstandards. Aber sowohl in den USA als auch in Europa gewinnt das Thema der Schulschwänzer zunehmend an Aktualität. Immer mehr Schüler schwänzen den Unterricht. Die jungen Menschen ziehen sich aus der Gesellschaft zurück, bevor sie richtig in dieser integriert sind. Eltern, die nicht für den regelmäßigen Schulbesuch ihrer Kinder sorgen, können mit gesetzlichen Strafen belangt werden. Es gibt Schulen bei denen die tägliche Anwesenheit der Kinder in der Schule durch das Internet überprüft werden kann. Sind Restriktionen eine angemessene Reaktion auf eine breite Veränderung innerhalb einer (jungen) Gesellschaft?

Die Entwicklung in den Schule zeigt eine zunehmende Individualisierung von seiten der Schüler<sup>1</sup>, was die einzelne Lernbiographie betrifft. Somit stellt sich die erst wichtige Frage:

<sup>1</sup> In dieser Arbeit wird bei Formulierungen, welche sich auf beide Geschlechter beziehen, die männliche Bezeichnung gewählt. Dies ausschließlich als Tribut an den Zeit- und Arbeitsdruck! Meine Achtung und mein Respekt gilt beiden Geschlechtern gleichermaßen.

Wie kann der schulische Lernprozess so individualisiert - s. h. auf die jeweilige Persönlichkeit angepasst - werden, daß er der großen Bandbreite von Schülerpersönlichkeiten mit deren ganz persönlichen Fähigkeiten, besonderen Begabungen und Eigenheiten gerecht wird? Hierin liegt gleichzeitig der Schlüssel zur positiven Integration der jungen Menschen in die Gesellschaft.

Wie muß Unterricht strukturiert sein, damit er eine Individualisierung des Lernens ermöglicht? Wie können Strukturen und Übergänge im Unterricht so flexibel gestaltet werden, daß sie sich den Lernbedürfnissen der Schüler anpassen?

Wie kann ein solcher Unterrichtsansatz so praxisnah - bezogen auf die derzeitige Schulsituation - gestaltet werden, daß "jeder Lehrer ihn unmittelbar umsetzen kann."

... denn Zeit tut Not. Und die Individualisierung des Lernens erscheint als vordringlichste Aufgabe.

## 2 Theoretische Grundbedingungen des Lernprozesses

Eine Individualisierung des Lernens muß notwendig bei den individuellen Lernprozessen der einzelnen Personen ansetzen. Welche Grundbedingungen gibt es für den individuellen Lernprozess? Durch welche Einflußfaktoren wird der Lernprozess des Einzelnen theoretisch mitbestimmt?

### 2.1 Differenziertes Begabungs- und Talentmodell nach Gagné

Einen ersten Einblick in das Bedingungsgefüge des Lernprozesse liefert das “Differenzierte Begabungs- und Talentmodell” nach Gagné (2000).

Zentral ist hierbei Gagné’s Unterscheidung von natürliche Fähigkeiten einerseits und entwickelten Fertigkeiten - auf der Performanz- bzw. Leistungsseite - andererseits. Zwischen diesen beiden liegt der eigentliche Entwicklungs- oder Lernprozess.

Gagné (2000) nennt vier wesentliche Faktoren, die eine Rolle im Lernprozess spielen. Dies sind (1) die natürlichen Fähigkeiten, (2) intrapersonale Katalysatoren, (3) umweltbedingte Katalysatoren und den (4) eigentlichen Entwicklungsprozeß bzw. Lernprozess.

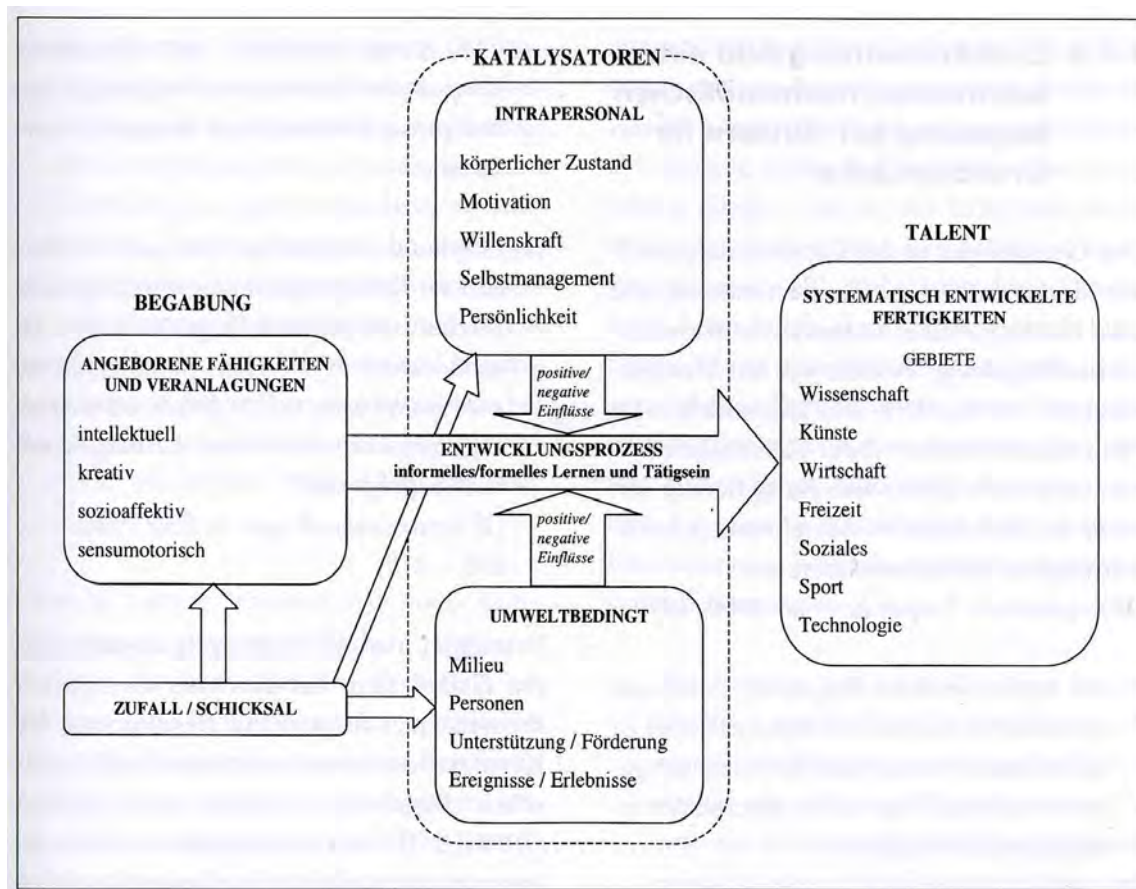


Abbildung1: Differenziertes Begabungs- und Talentmodell nach Gagné, aus Peter-Koop (2002, S. 13)

- (17) ... besitzen die Fähigkeit, auf Belohnung zu warten.
- (18) ... können den Wald und die Bäume sehen.
- (19) ... besitzen ein vernünftiges Maß an Selbstvertrauen und glauben an ihre Fähigkeit, ihre Ziele zu erreichen.
- (20) ... denken gleichmaßen analytisch, kreativ und praktisch.

Sternberg selbst fasst den Kern der Erfolgsintelligenz folgendermaßen zusammen: “Erfolgsintelligenz ist dann am wirkungsvollsten, wenn ihre drei Aspekte - analytische, kreative und praktische Intelligenz - in einem ausgewogenen Verhältnis zueinander stehen. Es ist wichtiger zu wissen, wann und wie diese Aspekte der Erfolgsintelligenz einzusetzen sind, als nur einfach über sie zu verfügen. Menschen mit Erfolgsintelligenz sind nicht nur im Besitz bestimmter Fähigkeiten, sie bedenken, wann und wie sie diese effektiv nutzen.” (Sternberg (2002, S. 136))

### **2.2.3 Intelligenzen nach Gardner**

Als natürlichen Fähigkeiten im intellektuellen Bereich nennt Gagné die fluide und kristallisierte Intelligenz, die Gedächtnisaspekte, Beobachtungsfähigkeit, Urteilsfähigkeit, Metakognition.

Gardner (2002, S. 46) geht in seinem Intelligenzbegriff weiter. Für ihn ist Intelligenz “...ein biophysisches Potenzial zur Verarbeitung von Informationen, das in einem kulturellen Umfeld aktiviert wird, um Probleme zu lösen oder geistige oder materielle Güter zu schaffen, die in einer Kultur hohe Wertschätzung genießen”. Zu dieser Definition kommt er aufgrund seiner langjährigen Erfahrungen als Psychologe und aufgrund seiner Tätigkeit im Bereich der Neuropsychologie. In Folge dieser Intelligenzdefinition unterscheidet Gardner neun verschiedene, voneinander unabhängige Arten von Intelligenzen.

Die neun Intelligenzen nach Gardner sind die...

**Sprachlich-linguistische Intelligenz:** Sensibilität für gesprochene und geschriebene Sprache, schneller (Fremd-) Sprachenerwerb, gute Ausdrucksfähigkeit und die Fähigkeit die Sprache zu bestimmten Zwecken zu gebrauchen



**Logisch-mathematische Intelligenz:** logisches (=folgerichtiges) analysieren von Problemen und Fragen, mathematische Operationen beherrschen, qualitative Aussagen (=mathematischer Spürsinn), gutes Abstraktionsvermögen,

**Musikalische Intelligenz:** Begabung zum Musizieren, zum Komponieren, Sinn für musikalische Prinzipien, Rhythmusgefühl, gute Melodiewahrnehmung und -wiedergabe, Begeisterung für Musik und Improvisation

**Körperlich-kinästhetische Intelligenz:** Außergewöhnliche Körperkontrolle, gute Wahrnehmung und Wiedergabe von Bewegungsabläufen, Ausdruckskraft und Freude an der Bewegung, gute Feinmotorik

**Räumlich-visuelle Intelligenz:** geografischer Orts- und Orientierungssinn, räumliches Vorstellungsvermögen, gute visuelle Wahrnehmung und die Fähigkeit mit diesen vorstellungsmäßig im Kopf zu experimentieren

**Interpersonale Intelligenz:** Fähigkeit die Absichten, Motive und Wünsche anderer Menschen wahrzunehmen und zu verstehen; gute, gelungene Kommunikationsfähigkeit, Führungskompetenzen, ausgeprägter Gerechtigkeitssinn - hohe Sensibilität

**Intrapersonale Intelligenz:** die Fähigkeit sich selbst zu verstehen und zu kennen, realistische Selbsteinschätzung mit allen persönlichen Wünschen, Ängsten und Fähigkeiten gute Selbststeuerung, die Fähigkeit die Selbstkenntnis im Alltag zu nutzen

**Naturalistische Intelligenz:** Fähigkeit und Interesse Lebendiges zu beobachten, zu unterscheiden und zu erkennen, Sensibilität für Naturvorgänge (physikalisch, chemisch, biologisch)

**Existenzielle Intelligenz:** Fähigkeit die wesentlichen Fragen unseres Daseins zu erkennen und nach Antworten dazu zu suchen, Spirituelle Führer und philosophische Denker (aus Who (2003))

Jede dieser Intelligenzen muß bestimmte Kriterien erfüllen, um "in den Kreis der Intelligenzen aufgenommen zu werden" (vgl. Gardner, 2002, S. 49). Gardner selbst schreibt (Gardner, 1991, S. 64), daß es nie einen allgemein anerkannten - vollständigen - Katalog der verschiedenen Arten von Intelligenzen geben werden. Jedoch läge der Nutzen in der bestehen - wenn auch evtl. noch unvollständigen - Liste von Intelligenzen in der Möglichkeit des besseren Verständnisses der intellektuellen Kräfte des Menschen. In diesem Sinne können die neuen Intelligenzen als eine weitergehende Differenzierung der natürlichen Fähigkeiten nach Gagné angesehen werden.

<b>Übersicht der Grundbedingungen des (allg.) Lernprozesses</b>		
<b>Allg. Faktoren</b>	<b>Bedingungen</b>	<b>Kurzbeschreibung (vgl. Seite)</b>
<b>Natürliche Fähigkeiten</b>	Bereiche n. Gagne	intellektuell, kreativ, sozioaffektiv, sensumotorisch u. Zufall (10, 12)
	neun Intelligenzen (Gardner)	sprachlich, räumlich, musikalisch, math.-log., körp.- kinäst, intrap., interp., naturalistisch, existenziell (15)
	Intelligenz (Sternberg)	praktisch, kreativ, analytisch; gezielter Einsatz (13, 14)
	Kreativität	“Fachwissen”; intell.(, emot., motiv.) Aspekt, konv./diver.(18)
<b>Intrapersonale Katalysatoren</b>	... nach Gagné	körperlicher Zustand, Motivation, Willenskraft, Selbstmanagement, Persönlichkeit u. Zufall (11, 12)
	Motivation	sachabhängig, zeitabhängig, wirksam im ganzen Prozess (Handlungsphasen), Erfolg/Miß-, intrinsisch/extrinsisch (20)
	Kausalattribution	Selbstwert- u. Motivationsförderlich (23)
	Reattribution	wahrhaftig, informativ, individuelle Bezugsnorm (24)
	Lernstile	Umfeld, soz. Lernform, Sinneskanal; Vielfalt (25)
	Lernstiltypen	konkret-abstrakt, systematisch-assoziativ (26)
	Denkstile	legislativ, exekutiv, judikativ (27)
<b>Umweltbedingt Katalysatoren</b>	... nach Gagné	Milieu/Umgebung, Menschen/Personen, spezielle Förderungen, bed. Ereignisse u. Zufall (12, 12)
	Klassen- u. Lehrerrolle	Anerkennung, diff. Bedürfnisse, Ermunterung (29)
	Gruppen-/Niveaubild.	starre Formen, Übergänge, Ähnlichgesinnte (31)
	Lob u. Tadel	Schüler-Lehrer-Interaktion, Fehler machen (32)
	Systemeinfluß n. Csik.	domänenspez. Lernen, Bewertungsfunktion (34)
<b>Entwicklungsprozess</b>	... nach Gagné	informelles u. formelles Lernen/Tätigsein, Zufall (11, 12)
	Flow	Anforderung-Fähigkeiten, Wahlfreiheit/Autonomie Rückmeldungen, klare Ziele/kreatives Tun (36)
	Deliberate practice	Ausmaß u. Effektivität des Übens (37)
	Expertise	qualit. Verhalten: Zeit, Lösungsstrategie, Schwerpunkte (39)
	kompetenzgen. Lernen	aktiv, konstruktiv, zielgerichtet, kumulativ, systematisch, situiert, selbstreguliert, kooperativ (39)
<b>Spezielle Lernbedürfnisse</b>	Lernpotenzial	Lerngeschw., -schritte, Über-bzw. Unterforderung ... (41)
	Taxonomie d. Denkens	wiedergeben, verstehen, anwenden, analysieren, bewerten, synthetisieren (41)
	endog.beding. Lernbed.	engagiert, wissensdurstig, idealist., perfektion., kreativ (43)
	Lernbed. bega. Schüler	anspruchsvolle Bildungsziele, herausford. Lernprozesse (42)

## **4.1.2 Pädagogische Grundgedanken von ZweiPLUS**

ZweiPlus möchte die Schüler in ihren jeweils ganz individuellen Lern- und Entwicklungsprozessen unterstützen. Die spezifischen Fähigkeiten, Fertigkeiten und Kenntnissen sollen ihrem aktuellen Stand und ihrem Potenzial nach entsprechend berücksichtigt und (selbst-) entwickelt werden.

Der Ansatzpunkt hierzu sind die theor. Grundbedingungen des (allg.) Lernprozesses und insbesondere die ganz persönlichen Begabungen, das ganz individuelle Begabungsprofil. Es ist immanent, daß Lernen immer einerseits eine individuelle (Lern-) Leistung darstellt und andererseits in Kommunikation d.h. im Rahmen einer Gemeinschaft stattfindet.

In diesem Sinne ist ZweiPLUS eine Form des differenzierten Unterrichtes mit Begabungsförderung als selbstverständlichem, integralem Bestandteil

Zudem beinhaltet es die Möglichkeiten zur besonderen Förderung einzelner Schüler mit momentan niedrigem Lernpotenzial (Stützprojekte) bzw. die Förderung einzelner besonders motivierter und engagierter Schüler (Interessensprojekte). Eine flexible Handhabung der äußeren Struktur von ZweiPLUS ist wichtig. Sie soll fließende Übergänge zwischen den verschiedenen Gruppen unterstützen. Begabungsförderung kann so nahtlos übergehen in Begabtenförderung. Die Struktur soll sich den Lernbedingungen und den individuellen Lernprozessen anpassen - nicht umgekehrt!

ZweiPLUS ist gedacht für den täglichen Unterricht oder zum phasenweise Einsatz z.B. für eine (längere) Unterrichtseinheit.

## **4.1.3 Äußere Struktur und Aufbau von ZweiPLUS**

Die vorausgehenden Überlegungen lassen die Einteilung des Unterrichtes im ZweiPLUS Konzept in zwei zeitlich getrennte Grundabschnitte sinnvoll erscheinen.

Der erste Grundabschnitt dient eher der ersten Begegnung mit neuen Inhalten, ist knapp und

konzentriert gehalten. Es kann vorzugsweise in der ganzen Klasse mit allen Schülern gemeinsam gearbeitet werden.

Letzteres ist jedoch kein "muß". Bei entsprechenden Voraussetzungen kann auch in diesem Bereich schon individuell gearbeitet werden. Richtlinie sollte dabei immer das Lernbedürfnis der Schüler sein. Wenn einzeln oder eine kleine Gruppe von Schüler hier Interesse anmelden und in der Lage sind den Stoff zu erarbeiten, sollte das möglich sei. Flexibler Umgang mit den Lernbedürfnissen und der äußeren Struktur ist hier vom Lehrer gefordert.

Der zweite Grundabschnitt ist dem individuellen Lernprozess der einzelnen Schüler vorbehalten. Das zuvor wissensmäßig aufgenommene wird nun in individueller Weise gefestigt, eingeübt, mit bekanntem Wissen verknüpft, auf andere Gebiete übertragen, vertieft, erweitert...

Die individuellen Lernprozesse im zweiten Grundabschnitt können sehr verschieden aussehen. Für die Einen wird es Üben im Bereich der ersten beiden Stufen der Bloom'schen Taxonomie (des Denkens) sein, für die Anderen beginnt es überhaupt erst bei der dritten Stufe. Insgesamt soll den Schülern ihr individueller Lernprozess - im Hinblick auf die Grundbedingungen des (allg.) Lernprozesses sowie ihre spezifisch persönliche Lernsituation - ermöglicht werden.

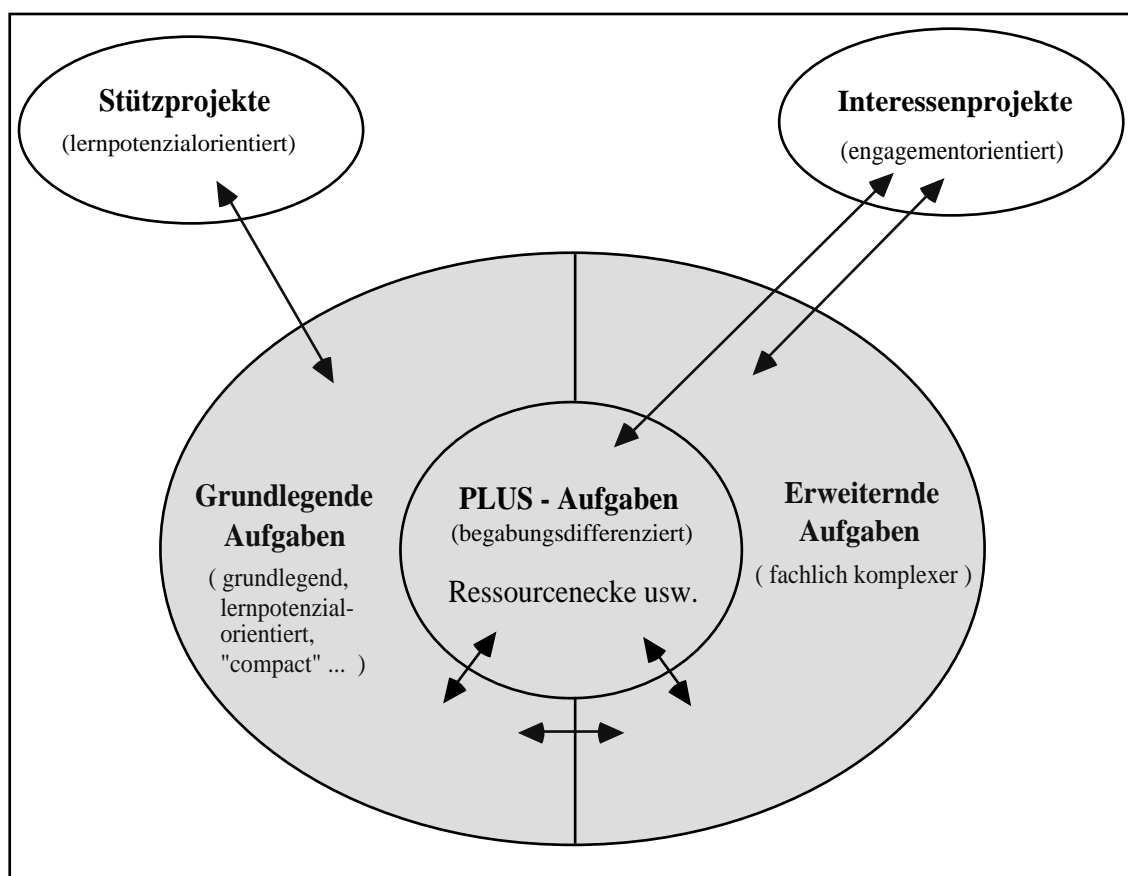


Abbildung3: Äußere Struktur und Aufbau des ZweiPLUS Projektes

# **Algebra II**

-Ausgabe B-

(ZweiPLUS für den Mathematikunterricht)

F. Rothe

## Inhaltsverzeichnis

Übungen.....	M 4
<b>Faktoren: Ausklammern und Ausmultiplizieren .....</b>	<b>M 4</b>
Übungen 1.....	M 4
Übungen 2.....	M 5
Übungen 3.....	M 6
<b>Dreierausdrücke: Ausmultiplizieren und Faktorisieren.....</b>	<b>M 7</b>
Übungen 4.....	M 7
Übungen 5.....	M 8
Übungen 6.....	M 9
<b>Binomische Formeln: Ausmultiplizieren und Faktorisieren.....</b>	<b>M 10</b>
Übungen 7.....	M 10
Erweiterung: Übungen 8.....	M 11
Übungen 9.....	M 12
Erweiterung: Viererausdrücke: Ausmultiplizieren und Faktorisieren.....	M 13
Erweiterung: Übungen 10.....	M 13
<b>Kürzen algebraischer Brüche.....</b>	<b>M 14</b>
Übungen 11.....	M 14
Erweiterung:Übungen 13 (Kürzen alg. Brüche mit Viererausdrücken) .....	M 16
Übungen 14.....	M 17
Erweiterung: Die algebraische Division.....	M 18
Erweiterung: Übungen 15.....	M 18
Erweiterung: Übungen 16.....	M 19
Erweiterung: Übungen 17.....	M 21
<b>Übungen 18 (Wiederholung).....</b>	<b>M 23</b>
<b>Test: Algebra II.....</b>	<b>M 24</b>
PLUS-Aufgaben.....	M 25
ANHANG .....	M 36
Weitere Übungen.....	M 36
Lösungen zu den Übungen .....	M 41
Lösungen zu den Weiteren Übungen.....	M 46

## Binomische Formeln: Ausmultiplizieren und Faktorisieren

### Übungen 7

#### 1. Berechne die Quadratzahlen mit Hilfe der binomischen Formeln!

- a)  $13^2 = (10 + 3)^2 =$
- b)  $14^2 =$
- c)  $15^2 =$
- d)  $16^2 =$
- e)  $17^2 =$
- f)  $18^2 =$
- g)  $19^2 =$

#### 2. Einfache Aufgaben zu den drei binomischen Formeln!

- |                                |                        |
|--------------------------------|------------------------|
| a) $(a + 6)^2 =$               | j) $a^2 + 14a + 49 =$  |
| b) $(a + 4)^2 =$               | k) $a^2 + 16a + 68 =$  |
| c) $(a + 1)^2 =$               | l) $a^2 + 20a + 100 =$ |
| d) $(a - 3)^2 =$               | m) $a^2 - 10a + 25 =$  |
| e) $(a - 11)^2 =$              | n) $a^2 - 30a + 225 =$ |
| f) $(a - 7)^2 =$               | o) $a^2 - 60a + 900 =$ |
| g) $(a + 12) \cdot (a - 12) =$ | p) $a^2 - 400 =$       |
| h) $(a - 13) \cdot (a + 13) =$ | q) $a^2 - 81 =$        |
| i) $(a - 19) \cdot (a + 19) =$ | r) $a^2 - 196 =$       |

#### 3. Ergänze zu binomischen Formeln! Rechenzeichen beachten!

- |  |  |
|--|--|
| a) $(\dots \quad \dots)^2 = a^2 + \dots + 81$            | b) $(\dots + \dots)^2 = \dots \quad 20a + 100$                   |
| c) $(\dots \quad \dots)^2 = a^2 - 24a \quad \dots$       | d) $(\dots - \dots)^2 = a^2 \quad \dots + 16$                    |
| e) $(a + \dots) \cdot (\dots \quad \dots) = \dots - 121$ | f) $(\dots \quad \dots) \cdot (\dots \quad 5) = a^2 \quad \dots$ |
| *g) $(\quad \quad 3)^2 = \dots - 6a \quad \dots$         | **h) $(6a + \dots)^2 = \dots \quad 12a \quad \dots$              |

#### \*4. Weitere Aufgaben zu den drei binomischen Formeln!

- |                                      |                              |
|--------------------------------------|------------------------------|
| a) $(4a + 3)^2 =$                    | m) $9a^2 + 48a + 64 =$       |
| b) $(a + 7b)^2 =$                    | n) $a^2 + 26ab + 169b^2 =$   |
| c) $(7a - 10)^2 =$                   | o) $25a^2 - 180a + 324 =$    |
| d) $(a - 17b)^2 =$                   | p) $a^2 - 32ab + 256b^2 =$   |
| e) $(9a + 12) \cdot (9a - 12) =$     | q) $144a^2 - 9 =$            |
| f) $(a - 13b) \cdot (a + 13b) =$     | r) $a^2 - 289b^2 =$          |
| g) $(4u + 8v)^2 =$                   | s) $81u^2 + 126uv + 49v^2 =$ |
| h) $(18x - 5y)^2 =$                  | t) $225a^2 - 90xy + 9y^2 =$  |
| i) $(11a + 3 + 4a)^2 =$              |                              |
| j) $(a^2 - 2)^2 =$                   | u) $a^8 - 10a^4 + 25 =$      |
| k) $(3a^3 - 3b) \cdot (3a^3 + 3b) =$ | v) $16a^4 + 16a^2 + 4 =$     |
| l) $100a^2 + 84ab + 96a^2 + 9b^2 =$  |                              |





- 3. Denke praktisch!** Am Rande einer Stadt soll ein Park in Form einer Spirale angelegt werden. Wie würdest du diesen Park gestalten? Aufgrund der Stadtrandlage steht ausreichend Platz zur Verfügung. Über die Kosten mußt du dir im Moment keine Gedanken machen. Überlege zunächst, wer wohl als Besucher in den Park kommen könnte ...Kinder...ältere Leute... Welche Pflanzen und Bäume würdest du setzen?  
Wo plantest du Rasenflächen ein?  
Würdest du Bänke aufstellen?  
Über was würden sich die Besucher freuen?  
Was gehörte noch alles in deinen Park?  
Wie...
- a) Lege eine Skizze deines Parks an! Zeichne deine Ideen ein!
- b) Zeichne anschließend einen maßstabsgetreuen Plan des Parks.  
Überlege zunächst wie groß es überhaupt sein müßte, damit der Raum für deinen Park bzw. deine Ideen ausreicht. Mache dir nun Gedanken über einen geeigneten Maßstab, damit die (maßstabsgetreue) Zeichnung auf dein Papier paßt. Zeichne entsprechend den Gesamtplan fertig.
- 4. Finde die passenden Worte!** Am Eingang zu dem "Spiralpark" (vgl. Nr. 3) soll ein Begrüßungsschild für die Besucher aufgestellt werden. Entwerfe als Aufschrift ein kleines Gedicht oder eine kurze Geschichte, die besonders zu deinem Park paßt.
- 5. Schöne Dinge...!** Stelle ein kleines Schmuckstück her, welches das Thema "Spirale" aufgreift. Zeichne zunächst einen Entwurf. Aus welchem Material möchtest du das Schmuckstück fertigen? Ist das Material geeignet? Wo bekommst du es her? Was kostet wohl das Material? Welche Werkzeuge benötigst du? Wo kannst du deine Arbeit ausführen? Brauchst du weitere Hilfen? Wer könnte dir weiterhelfen?