

# Gleichungen I

-Ausgabe C-

(Materialien für den Mathematikunterricht)

A u s z u g s w e i s e !

“ Gleichungen I “ , - Ausgabe C - ,  
(Materialien für den Mathematikunterricht)  
2. leicht überarbeitete Auflage.  
Alle Rechte vorbehalten!  
© 2001 Frank Rothe , Salzburg  
- im Selbstverlag -

## Vorwort

“ Gleichungen I “ ist eine **Aufgabensammlung zur Gleichungslehre der Mittelstufe**. Sie umfaßt von Zahlenrätseln und Überschüssen bis zum Umformen **wesentliche Anfangsschritte der Gleichungslehre**. Die umfangreichen Aufgaben sind gedacht zum wiederholenden und vertiefenden Üben und eignen sich daher insbesondere für den **Einsatz in den Übstunden (der siebten Klasse)**.

“ Gleichungen I “ **orientiert sich an dem Buch von A. Bernhard “ ALGEBRA für die siebte und achte Klasse an Waldorfschulen “**. Die dort dargestellten mathematischen Inhalte erhalten durch “ Gleichungen I “ zusätzliches, **gut strukturiertes Übungsmaterial**.

“ Gleichungen I “ **gliedert sich in zwei Teile**.

Der erste Teil “**Übungen**” besteht aus einer Reihe - aufeinander aufbauender - Übungsblätter. Diese können unmittelbar im Unterricht verwendet werden. Unter der Aufgabenstellung ist jeweils der Platz zum Lösen freigelassen. Das spart Zeit und die Schüler werden mehr Übungen zeitlich bewältigen .

Der zweite Teil “**Weitere Übungen**” beinhaltet - jedem Übungsblatt entsprechende - zusätzlichen Übungen. Sie sind als Hausaufgaben oder zur eigenen Leistungskontrolle gedacht. Diese Aufgaben sollten in einem Extraheft gelöst werden. Das dauert zwar länger, dafür ist jedoch der Lernprozess tiefgreifender.

Die vorliegende Ausgabe C ist ergänzt um die Lösungen und methodisch-didaktischen Hinweise für den Unterricht.

“ Gleichungen I “ gibt es in drei Ausgaben.

Ausgabe A - Schülerausgabe (für den Unterricht)

Ausgabe B - Schülerausgabe mit Lösungen

Ausgabe C - Lehrerausgabe (Schülerausgabe mit Lösungen u. methodisch-didaktischen Hinweisen zum Unterricht)

Weitere Informationen oder Rückmeldungen unter:

Frank Rothe, Samstr. 49 B, A-5023 Salzburg, Tel=Fax: 0043/662/665643

e-mail: frank.rothe@utanet.at

homepage: frank.rothe.web.ag

Und **was ich noch sagen wollte**...(s. S. 34)

Lange Rede kurzer Sinn...

...und nun viel Spaß und Erfolg beim Arbeiten mit “ Gleichungen I “

Frank Rothe

## Inhaltsverzeichnis

Vorwort.....	2
Inhaltsverzeichnis .....	3
Übungen.....	4
Übungen 1 .....	4
Übungen 2.....	5
Übungen 3.....	6
Übungen 4.....	7
Wiederholungsübungen .....	8
Übungen 5.....	9
Übungen 6 .....	10
Übungen 7.....	11
Übungen 8.....	12
Übungen 9.....	13
Übungen 10.....	14
Übungen 11.....	15
Übungen 12 .....	16
Wiederholungsübungen .....	17
Schularbeit Gleichungen.....	18
Weitere Übungen .....	20
Weitere Übungen 1 .....	19
Weitere Übungen 2 .....	19
Weitere Übungen 3 .....	19
Weitere Übungen 4 .....	19
Weitere Wiederholungsübungen.....	20
Weitere Übungen 5 .....	20
Weitere Übungen 6 .....	20
Weitere Übungen 7 .....	20
Weitere Übungen 8 .....	21
Weitere Übungen 9 .....	21
Weitere Übungen 10 .....	21
Weitere Übungen 11 .....	21
Weitere Übungen 12 .....	21
Lösungen zu Übungen.....	22
Lösungen zu Weitere Übungen .....	24
Methodisch-didaktische Hinweise für den Unterricht.....	25
Einsatzmöglichkeiten der Aufgabensammlung .....	25
Arbeiten mit der Aufgabensammlung.....	26
Allgemeine Vorbereitung.....	26
Stundenaufbau.....	26
Vorbereitung der einzelnen Stunden.....	26
Stoffübersicht.....	27
Methodisch-didaktische Hinweise zu den einzelnen Stunden.....	27
Was ich noch sagen wollte... ..	34

## Übungen 1

1. **Schreibe das Zahlenrätsel als Gleichung. Löse es (schrittweise). Probe!** Ich denke mir eine Zahl,...
- a) wenn ich zu ihrem Zweifachen 7 addiere, bekomme ich 13.      b) wenn ich zu ihrem Zweifachen 11 addiere, bekomme ich 21.      c) wenn ich zu ihrem Dreifachen 6 addiere, bekomme ich 27.

- d) Wenn ich von ihrem Dreifachen 5 subtrahiere, bekomme ich 19.      e) Wenn ich von ihrem Fünffachen 4 subtrahiere, bekomme ich 26.      f) Wenn ich von ihrem Achtfachen 3 subtrahiere, bekomme ich 29.

2. **Schreibe das Zahlenrätsel auf, das zu der Gleichung gehört. Löse es anschließend (schrittweise)! Probe!**

a) ...

b) ...

c) ...

$$5x + 7 = 22$$

$$2x - 3 = 19$$

$$7x - 2 = 5$$

3. **Einfachere Zahlenrätsel. Schreibe sie als Gleichung. Löse sie!** Ich denke mir eine Zahl, ...
- a) wenn ich zu dieser 4 addiere, bekomme ich 9.      b) wenn ich zu dieser 7 addiere, bekomme ich 13.      c) wenn ich von dieser 4 subtrahiere, bekomme ich 8.

4. **Einfachere Zahlenrätsel. Schreibe das Zahlenrätsel auf, das zu der Gleichung gehört. Löse es!**

a) ...

b) ...

c) ...

$$x + 5 = 17$$

$$x - 8 = 6$$

$$x - 13 = 12$$

5. **Es wird anspruchsvoller...Schreibe das Zahlenrätsel als Gleichung. Löse es (schrittweise). Probe!**  
Ich denke mir eine Zahl, ...

- a) wenn ich zu ihrem Neunzehnfachen 21 addiere, bekomme ich 97.      b) wenn ich von ihrem Vierzehnfachen 17 subtrahiere, bekomme ich 39.      c) wenn ich von dieser zuerst 2 subtrahiere und anschließend (alles) mit 5 multipliziere, bekomme ich 35.

## Weitere Übungen 1

**1. Schreibe das Zahlenrätsel als Gleichung. Löse es (schrittweise). Probe!**

Ich denke mir eine Zahl,...

- a) ...wenn ich zu ihrem Vierfachen 3 addiere, bekomme ich 27.
- b) ...wenn ich von ihrem Siebenfachen 5 abziehe, bekomme ich 16.

**2. Schreibe das Zahlenrätsel auf, das zu der Gleichung gehört.**

**Löse es anschließend (schrittweise)! Probe!**

- a)  $3x + 13 = 19$
- b)  $5x - 3 = 17$
- \*c)  $17x - 24 = 129$

**3. Einfachere Zahlenrätsel. Schreibe sie als Gleichung. Löse sie!**

Ich denke mir eine Zahl, . . .

- a) ...wenn ich zu dieser 11 addiere, bekomme ich 18.
- b) ...wenn ich von dieser 5 subtrahiere, bekomme ich 12.

**4. Einfachere Zahlenrätsel. Schreibe das Zahlenrätsel auf, das zu der Gleichung gehört. Löse es!**

- a)  $x + 6 = 14$
- b)  $x - 6 = 7$

## Lösungen zu Übungen 1

1. a)  $x = 3$  , Probe:  $6 + 7 = 13$     b)  $x = 5$  ,  $10 + 11 = 21$     c)  $x = 7$  ,  $21 + 6 = 27$   
d)  $x = 8$  ,  $24 - 5 = 19$  e)  $x = 6$  ,  $30 - 4 = 26$     f)  $x = 4$  ,  $32 - 3 = 29$
2. a) ...wenn ich zu ihrem Fünffachen 7 addiere, bekomme ich 22.  $x = 3$  ,  $15 + 7 = 22$   
b) ...wenn ich von ihrem Zweifachen 3 subtrahiere, bekomme ich 19.  $x = 11$  ,  
 $22 - 3 = 19$   
c) ...wenn ich von ihrem Siebenfachen 2 subtrahiere, bekomme ich 5.  $x = 1$  ,  
 $7 - 2 = 5$
3. a)  $x + 4 = 9$  ,  $x = 5$     b)  $x + 7 = 13$  ,  $x = 6$     c)  $x - 4 = 8$  ,  $x = 12$
4. a) ...wenn ich zu dieser 5 addiere, bekomme ich 17.  $x = 12$   
b) ...wenn ich von dieser 8 subtrahiere, bekomme ich 6.  $x = 14$   
c) ...wenn ich von dieser 13 subtrahiere, bekomme ich 12,  $x = 25$
5. a)  $19x + 21 = 97$  ,  $x = 4$     b) 4    c)  $(x - 2) 5 = 35$  ,  $x = 9$

## Lösungen zu Weitere Übungen 1

1. a)  $4x + 3 = 27$  ,  $x = 6$       b)  $7x - 5 = 16$  ,  $x = 3$
2. a) ...wenn ich zu ihrem Dreifachen 13 addiere, bekomme ich 19.  $x = 2$   
b) ...wenn ich von ihrem Fünffachen 3 subtrahiere, bekomme ich 17.  $x = 4$   
\*c) ...wenn ich von ihrem Siebzehnfachen 24 subtrahiere, bekomme ich 129.  $x = 9$
3. a)  $x + 11 = 18$  ,  $x = 7$       b)  $x - 5 = 12$  ,  $x = 17$
4. Ich denke mir eine Zahl...  
a) ...wenn ich zu dieser 6 addiere, bekomme ich 14.  $x = 8$   
b) ...wenn ich von dieser 6 subtrahiere, bekomme ich 7.  $x = 13$

## Übungen 1

**Ziel:** Zahlenrätsel, das Zahlenrätsel als Gleichung formulieren und lösen können, und umgekehrt

**Tafelaufgaben:**  $2x + 11 = 31$   
 $8x - 21 = 35$

**Anmerkungen:**

1. Vor den Aufgaben an der Tafel **kurz** - zum aufwärmen - einfache Zahlenrätsel im Kopf lösen ( wie  $x + 5 = 7$  ,  $x - 6 = 3$  ,  $2x = 16$  ,  $x : 4 = 2$  ,  $2x + 3 = 11$  alles mit einfachen Zahlen).
2. Zur Formulierung der Zahlenrätsel vgl. A. 'Bernhard "Algebra" S. 107 ff.
3. Zu Nr. 5. c): "...von dieser zuerst 2 subtrahiere..." d. h.  $x - 2$  ;  
"...und anschließend (alles) mit 5 multipliziere..." d.h.  $(x - 2) \cdot 5$

## Übungen 5

### 1. Löse die Gleichungen mit Hilfe von Überschüssen.

a)  $6x + 3 = 4x + 15$

b)  $9x + 2 = 6x + 8$

c)  $7x + 6 = 3x + 26$

d)  $5x + 35 = 9x + 7$

e)  $2x + 14 = 11x + 5$

f)  $3x + 16 = 8x + 1$

g)  $16x + 2 = 13x + 23$

h)  $15x + 5 = 3x + 29$

i)  $27x + 7 = 12x + 52$

j)  $5x + 46 = 12x + 4$

k)  $2x + 61 = 14x + 1$

l)  $30x + 36 = 33x + 3$

m)  $12x = 11x + 4$

n)  $8x + 2 = 9x$

o)  $4x = 3x + 1$

### 2. Löse die Gleichungen mit Hilfe von Überschüssen. PROBE !!!

a)  $8x + 12 = 3x + 27$

b)  $11x + 5 = 7x + 45$

c)  $9x = 8x + 2$

### 3. Es wird anspruchsvoller... Löse die Gleichungen mittels Überschüssen.

a)  $8x + 15 - 2 = 6x + 21$

b)  $4x + 5 + 3 = 10x + 2$

c)  $12x + 3 = 5 + 7x + 18$

d)  $17x + 10 + 3 = 30 + 14x - 2$

e)  $10x + 8x + 4 = 12x + 22$

\*f)  $7x - 2 = 3x + 6$

### 4. Überlege dir eine leichte und eine schwere Gleichung, die man mit Überschüssen lösen kann. Schreibe die Gleichungen (für die anderen) an die Tafel. Löse ggf. die Gleichungen der anderen..

## Übungen 12

1. Löse durch Umformen. Beachte: Was gleicht sich aus? Rechenschritte anschreiben!

a)  $8x - 2 - 3 = 16 + 6x - 3$    b)  $8x + 20 + 4x = 4x - 4 + 11x$    c)  $2 + 11x - 6 = 30 - 6 + 7x$

d)  $39 + 2x + 5 = 7(x + 2) + 5$    e)  $6 + 14x + 8 = 8(x + 4) + 6$    f)  
 $4(x + 3) + 2 = 11x + 2 - 9$

g)  $8x - 4 + 2x = 2x + 12$    h)  $2x + 7 = 9x + 2x - 2$    i)  $10x + 4 + 7x = 7x + 64$

2. Gemischte Aufgaben. Ausgleich? Umformen! Rechenvorhaben anschreiben!

a)  $2 + 6x - 5 = 5x - 17 + 3x$    b)  $7(x + 3) + 4 = 4 + 4x + 39$    c)  $5 + 2x - 10 = 4x - 25 + 2x$

d)  $11x - 4 = 18$    e)  $5x - 11 = 5x - 47 + 12x$    f)  $6 - x + 8 = 8 + 38 - 9x$

g)  $4(x + 2) + 4 = 8(x + 1)$    h)  $5(x + 4) + 3x = 20 + 3x + 45$

\*i)  $(x + 2)(x + 6) = x^2 + 7x + 20$    \*j)  $(x + 3)(x + 4) = x(x + 3) + 40$

# Methodisch-didaktische Hinweise für den Unterricht

## Einsatzmöglichkeiten der Aufgabensammlung

Die Aufgabensammlung wurde geschrieben zum vertiefenden Einüben der Anfangsinhalte aus der Gleichungslehre. Sie ist ein speziell zusammengestelltes Trainingsprogramm. Die Schüler sollten bereits Bekanntschaft gemacht haben mit den folgenden Themengebieten:

Vorkenntnisse aus der Gleichungslehre:

- \* Zahlenrätsel
  - \* Lösen von Gleichungen durch Überschüsse
  - \* Lösen durch rückgängig machen mittels gegenteiliger Rechenoperation (Umformen)
- (vgl. A. Bernhard "Algebra...", Kap. 8)

...denn genau dieser Stoff aus der Gleichungslehre soll anhand der Aufgabensammlung vertieft werden.

Weitere Vorkenntnisse:

Rechnen mit negativen Zahlen (vgl. z.B... A. Bernhard "Algebra...", Kap. 3)

Anfänge der Algebra

- \* Addition und Multiplikation algebraischer Zahlen
  - \* Ausmultiplizieren zweier Klammern
  - \* Erste binomische Formel
  - \* Multiplikation eines Faktors mit einer Klammer
- (vgl. auch A. Bernhard "Algebra...", Kap. 1)

Der Kernteil der Aufgabensammlung sind die Übungen bzw. die Übungsblätter. Jede Übung ist einer speziellen Frage, einem bestimmten Aspekt der Gleichungslehre gewidmet. Ferner ist es so aufgebaut, daß jede Übung (bzw. jedes Übungsblatt) für eine Unterrichtsstunde gedacht ist.

Das Übungsblatt selber besteht anfangs immer aus grundlegenden, einfachen Aufgaben. Diese sollte jeder Schüler schaffen. Im weiteren Verlauf werden die Aufgaben anspruchsvoller. Die Aufgaben werden vielfältiger oder schwerer. Es taucht Neues auf, was z.T. schon den Stoff der kommenden Stunde anklingen läßt. Hierbei sind insbesondere die mathematisch gewandteren Schüler gefragt. Jede Übungen enthält viele Aufgaben und es muß nicht jeder alles bewältigen... Hauptsache es wird ordentlich gearbeitet.

## **Arbeiten mit der Aufgabensammlung**

Wie kann man mit der Aufgabensammlung den Unterricht/ die Übstunden konkret gestalten?

### **a) Allgemeine Vorbereitung**

Zunächst ist es nötig sich den konkreten früher behandelten Stoff der Gleichungslehre zu vergegenwärtigen. Wie hatte ich konkret Zahlenrätsel, Überschüsse und Rückgängig machen mit meinen Schülern durchgenommen? Welche Aufgaben haben wir gerechnet? Habe ich noch alte Übungsblätter?

Hilfreich wird hierbei auch die Lektüre von Kapitel 8 aus A. Bernhards Buch "Algebra..." sein, da dort genau diese Themen behandelt werden.

Zudem ist jede Stunde der Aufgabensammlung einem bestimmten Aspekt der Gleichungslehre gewidmet. In der Stoffübersicht sind sämtliche Stunden mit den entsprechenden Zielen und Überschriften aufgeführt. Mache dir die Abfolge der verschiedenen Stunden mit ihren einzelnen Schritten klar. Welche Stunden gehören zu "Zahlenrätsel", "Überschüsse" oder "Umformen"?

## b) **Stundenaufbau**

Die Gliederung dieser "Trainingsstunden" ist so gedacht:

**Zuerst** einige Aufgaben in zeitlich geraffter Form (ca. 10 Minuten) gemeinsam mit der Klasse an der Tafel rechnen. Nicht notieren lassen um Zeit zu sparen!

Als **zweites** direkt die Schüler selbständig die Übungen rechnen lassen. Nicht alle Schüler werden in der Stunde sämtliche Aufgaben einer Übung bewältigen. Das ist o.k. , solange die Schüler bei der Sache sind und ihren persönlichen Fähigkeiten und Möglichkeiten entsprechend mitarbeiten.

Dafür kann man als **drittes** die unter "Weitere Übungen" zusammengestellten Aufgaben als Hausaufgaben zur nächsten Stunde aufgeben.

**c) Vorbereitung der einzelnen Stunden**

1. Wie war die letzte Stunde? Muß noch etwas wirklich dringend aufgegriffen werden? Falls ja... ist es evtl. geschickt eine selbst gestaltete Stunde genau für die Situation der konkreten Klasse einzufügen? Ansonsten geht es weiter im "Trainingsprogramm"...
2. Mache dir nochmals klar: Wie fügt sich die nächste Stunde in den Gesamtkontext (vgl. Stoffübersicht)? Damit hängt die Frage zusammen...
3. Welche Ziele verfolgt diese Stunde? Welches ist ihr zentraler Übungsschritt?
4. Rechne die Tafelaufgaben selber durch. Was ist dabei zu beachten? Wo sind die wesentlichen Stellen in der Rechnung an denen der eigentliche Übungsschritt dieser Stunde vollzogen wird?
5. Rechne auch alle Aufgaben dieser Übung durch!

## Stoffübersicht

- Übung 1 Zahlenrätsel
- Übung 2 Zahlenrätsel (... aber nur noch in Gedanken formulieren)
- Übung 3 Rückgängig machen , dabei ist die Struktur der Gleichung die gleiche wie bei den Zahlenrätsel, das x steht immer links
- Übung 4 ebenso wie Übung 3

### Wiederholungsübungen (1-4)

- Übung 5 Lösen mittels Überschüssen, nur mit positiven Zahlen, z. T. mit Probe, x kann rechts oder links stehen
- Übung 6 Überschüsse mit Zusammenfassen, Gleichungen flexibler handhaben, nur mit positiven Zahlen
- Übung 7 Überschüsse, mit positiven und negativen Zahlen
- Übung 8 Überschüsse und Umformen...der Übergang
- Übung 9 Lösen durch Umformen, x steht immer links
- Übung 10 Umformen, Erkenne: Wo steht x?
- Übung 11 Umformen mit Klammern
- Übung 12 Umformen, es gleicht sich etwas aus...

### Wiederholungsübung (1-12)

Schularbeit

## Was ich noch sagen wollte...

All diese einzelnen Vorbereitungsschritte, die verschiedenen Ziele, die detailliert angegebenen Tafelaufgaben und... sind als Vorschlag zu verstehen. Sie betreffen vornehmlich den mathematisch-fachlichen Teil des Unterrichtes. Der so wichtige pädagogisch-erzieherische Aspekt ist oftmals von Klasse zu Klasse, von Situation von Situation sehr verschieden und muß daher von jedem Lehrer unbedingt selber hinzugenommen werden.

...Und wieso dann der ganze Aufwand?

Die Aufgabensammlung ist als Wiederholungs- oder Trainingsprogramm gedacht... nicht zur Einführung in die Gleichungslehre. Aber welcher Lehrer hat denn noch so viel Zeit - abgesehen von den vielen Hauptaufgaben - quasi nebenbei sich für Übstunden fundiert (wieder) in die Gleichungslehre einzuarbeiten und ein ausgewogenes Übungsprogramm - speziell für seine Klasse - zu erstellen. Das wäre das Optimale! Am Puls der Jugendlichen!... Hier stellt die Aufgabensammlung einen Kompromiß dar. Sie bietet dem Lehrer eine knappe, aber gezielte Einarbeitung- und Vorbereitungsmöglichkeit in die Gleichungslehre an. Für die Schüler stellt sie - auf verschiedenen Niveaus - umfangreiche Übungen zur Verfügung.